

# CITLIVOSTNÍ ANALÝZA ÚČINKŮ DOTVAROVÁNÍ A SMRŠŤOVÁNÍ BETONU NA KONSTRUKCE

Jan Prchal<sup>1</sup>

Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební,  
České vysoké učení technické v Praze, Thákurova 7/2077, 166 29 Praha 6, Česká republika.  
jan.prchal.1@fsv.cvut.cz

## ABSTRAKT

Príspevek je zaměřen na citlivostní analýzu konstrukcí, které lze souhrnně označit jako reologicky homogenní. Cílem analýzy je stanovit citlivost výstupů na jednotlivé nebo kombinované vstupy a zjistit, jak vstupní parametry ovlivňují celkový výsledek. Referenční konstrukcí je realizované sekundární ostění tunelu Šibenik na Slovensku, u kterého je dlouhodobě sledován vývoj deformací. Pomocí analytického výpočetního programu založeného na metodě konečných prvků v kombinaci s nástroji, které zohledňují časově závislé chování betonu, jsou provedeny dílčí výpočty deformace konstrukce v závislosti na čase. Výsledkem analýzy jsou série provedených výpočtů, které zkoumají vlivy změn vstupních proměnných parametrů výpočtu na celkové výsledky, jsou celkové deformace konstrukce.

Účelem analýzy je popsat a kvantifikovat vliv vstupních parametrů, mimo jiné takových, jejichž velikost nemusí být při posuzování stávajících konstrukcí známa, na celkovou deformaci konstrukce. Získané výsledky poskytují přesnější představu o intervalech, ve kterých se mohou sledované veličiny pohybovat.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Citlivostní analýza • Deformace • Dotvarování • Smršťování

## ABSTRACT

The paper is focused on the sensitivity analysis of deformation of concrete structures. The main aim of analysis is to determine sensitivity of outputs to inputs and find out effects of inputs on the global results. Process of sensitivity analysis is demonstrated on the structure of secondary tunnel lining. Constituent results of deformations according to time are calculated using the program based on the finite element method. The result of the analysis is a series of calculations which examine the effects of input changes on the global deformation of the structure. The paper focuses in more detail on analysis of the effects of time dependent properties of concrete on the global state of stresses.

The purpose of analysis is to describe and to quantify effect of inputs on deformation of the structure. The sizes of some of the parameters are often uncertain when structural assessment of existing structures. The results of analysis are the intervals with the values of observed parameters on the both sides of computation. The aim of this paper is to obtain a more accurate view of these intervals.

## KEYWORDS

Sensitivity analysis • Deformation • Creep • Shrinkage

## 1. ÚVOD

Časově závislé chování betonu je významným fenoménem a v současnosti existuje několik modelů predikce dotvarování a smršťování, jejichž výsledky se mohou značně lišit a liší se také počtem nutných vstupních údajů. Za jeden z nejpokročilejších modelů predikce lze označit model B4, který je následníkem modelu B3, oproti kterému obsahuje mnohá zpřesnění a rozšíření. Model B4 je neustále rozvíjen a vychází z velkého množství experimentálních zkoušek, na základě kterých jsou formulovány matematické vztahy pro co nejpřesnější popis chování konstrukce. Při použití pokročilého nástroje, který k výpočtu vyžaduje velké množství vstupních parametrů, vyvstává otázka, jaký vliv mají jednotlivé parametry na celkový výsledek. Některé vstupní parametry potřebné pro výpočet navíc nemusí být při návrhu k dispozici.

V následujícím textu je představena analýza konstrukce, při které byl zkoumán vliv vstupních proměnných parametrů na celkovou deformaci konstrukce. Rozbor je zaměřen výhradně na variaci vstupních parametrů výpočtu dotvarování a smršťování pomocí modelu B4. Cílem analýzy je popsat vliv změny parametrů na deformace a určit, jakou tendenci mají výsledné deformace.<sup>2</sup>

## 2. POPIS KONSTRUKCE A VÝPOČETNÍHO MODELU

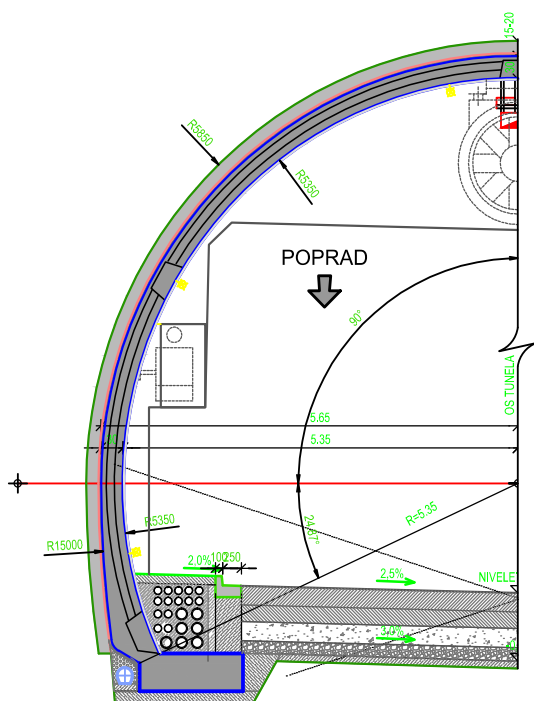
Analyzovanou konstrukcí je sekundární ostění tunelu, kterou lze za jistých okolností označit jako konstrukci reologicky

<sup>1</sup> Školitel: doc. Ing. Lukáš Vráblík, Ph.D.

<sup>2</sup> Uvedená práce vznikla na základě výsledků výzkumu, které byly publikovány. Blíže viz: Prchal, J. & Vráblík, L. (2018), Citlivostní analýza účinků časově závislých vlastností betonu na reologicky homogenní konstrukce, in '25. Betonářské dny - sborník příspěvků z konference', Praha.

homogenní.<sup>3</sup> Příčný řez tunelu má kružnicový tvar s průměrem oblouku určeného střednicí 11 m, viz Obrázek 1. Výška konstrukce od základové spáry k horní hraně ostění je 8,39 m. Sekundární ostění má tloušťku 300 mm, která se ve spodní čtvrtině směrem k podporám zvětšuje na cca 520 mm. Ostění je založeno na líniových pasech výšky 500 mm a šířky 1400 mm. Materiálem je beton C30/37 lišící se třídami prostředí.

Ostění je modelováno jako 2D prutová konstrukce, jejíž šířka představuje 1 bm sekundárního ostění.<sup>4</sup> Klenba je rozdělena na 77 přímých prvků. Výšky průřezů jsou v horní části oblouku rovny 300 mm a zhruba ve spodní čtvrtině konstrukce jsou výšky průřezů odstupňovány směrem k podporám až na cca 510 mm s tím, že každý prut má konstantní rozměr průřezu po celé délce, viz Obrázek 2. Konstrukce je modelována jako vetknutá do základových pasů.



Obrázek 1: Vzorový příčný řez konstrukce.

### 3. ANALÝZA

#### 3.1. Princip výpočtu

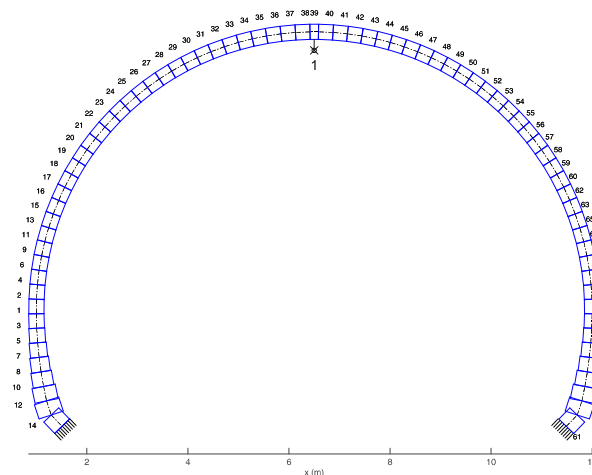
Cílem výpočtu je stanovit deformaci betonové konstrukce s ohledem na dotvarování a smršťování betonu a určit, jak velký vliv má změna daného parametru na celkový výsledek. Jednotlivé výsledky výpočtů, které jsou popsány dále, jsou

<sup>3</sup> Prchal, J. & Vráblík, L. (2017), Vliv reologických změn betonu na chování sekundárního ostění tunelu, in '24. Betonářské dny Sborník příspěvků z konference'. Praha.

<sup>4</sup> Ve skutečnosti se jedná o případ rovinné deformace, kdy se konstrukce nemůže volně deformovat v podélném směru, což by se projevilo např. zvětšením modulu pružnosti materiálu a zvýšením tuhostí. Bez újmy na charakteru výsledků je pro účely tohoto výpočtu tento fakt zanedbán.

vztaženy k deformaci konstrukce, jejíž parametry jsou dále označeny jako referenční (viz Tabulka 1).

V první fázi výpočtu jsou stanoveny neznámé posuny pomocí metody konečných prvků (MKP) s využitím programu REOV.1.0. Na základě posunů jsou vyjádřeny vnitřní síly a napjatost v konstrukci.<sup>5</sup> V další fázi výpočtu je na základě znalosti vnitřní napjatosti v jednotlivých průřezích spočtena deformace s vlivem dotvarování a smršťování betonu.



Obrázek 2: Výpočetní schéma s rozdělením na konečné prvky.

#### 3.2. Dotvarování a smršťování betonu

Ke stanovení dotvarování a smršťování betonu byl použit model B4, jakožto jeden z nejmístičnějších modelů predikce. Referenční hodnoty veličin, které byly získány na základě srovnání s výsledky měření na reálné konstrukci ostění<sup>6</sup>, jsou uvedeny v tabulce (Tabulka 1). Dalšími vstupy pro výpočet dotvarování a smršťování jsou napětí v betonovém průřezu a geometrie průřezu, které jsou zohledněny pro každý prvek konstrukce (Obrázek 1 a Obrázek 2).

Tabulka 1: Parametry výpočtu dotvarování a smršťování pro referenční konstrukci<sup>7</sup>.

Veličina	Jednotka	Ref. hodnota
Stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení	[den]	28
Doba ošetřování betonu	[den]	2
Relativní vlhkost okolního prostředí	[%]	40
Teplota okolního prostředí	[°C]	16
Pevnost v tlaku ve 28 dnech	[MPa]	38
Druh cementu:	[-]	I

<sup>5</sup> Výpočet vnitřních sil je proveden pouze s uvážením vlastní tíhy konstrukce. Bliže viz op. cit. v poznámce 3.

<sup>6</sup> Výsledky měření převzaty z GEOEXPERTS spol. s r.o. Měření sekundárního ostění...

<sup>7</sup> Tabulka 1 obsahuje pouze parametry, které byly předmětem dalšího výpočtu. Při výpočtu s modelem B4 je nutno zadat další parametry, které nejsou vzhledem k omezenému rozsahu příspěvku předmětem této práce.

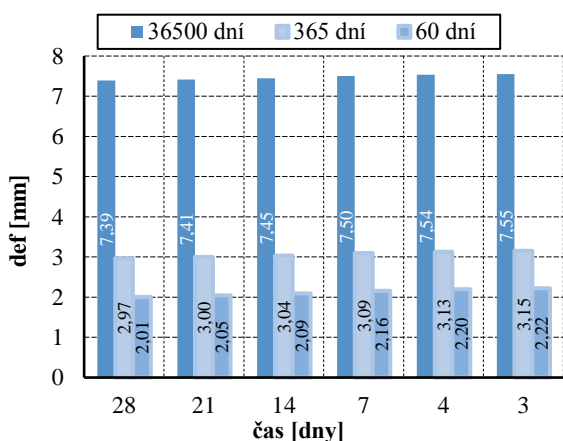
Dotvarování a smršťování jsou do výpočtu zavedeny jako poměrné přetvoření. Na takto zatížené konstrukci jsou spočteny výsledné deformace. Výpočet deformace s uvažováním časově závislých jevů je proveden pro různá stáří betonu.

#### 4. VÝSLEDKY

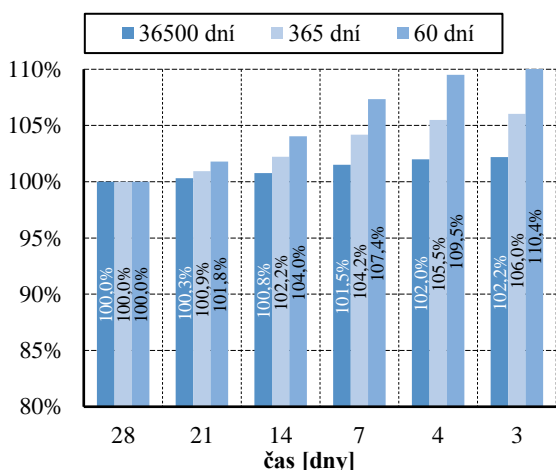
Vliv vybraných veličin na celkovou deformaci je zobrazen na následujících grafech (Obrázek 3 až Obrázek 12). Znáromněn je maximální průhyb  $u_z$  konstrukce ve vrcholu oblouku (viz bod č. 1 na obrázku, Obrázek 2) v závislosti na sledované veličině. V grafech jsou zobrazeny jednak absolutní hodnoty průhybu pro referenční a upravené veličiny a zároveň procentuální změny průhybu vzhledem k referenční hodnotě dané veličiny.

##### 4.1. Stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení

Snahou je popsat vývoj deformace mladšího betonu v porovnání s referenčním stářím 28 dní. Výsledné deformace jsou spočteny v časech 60 dní, 1 rok a 100 let.



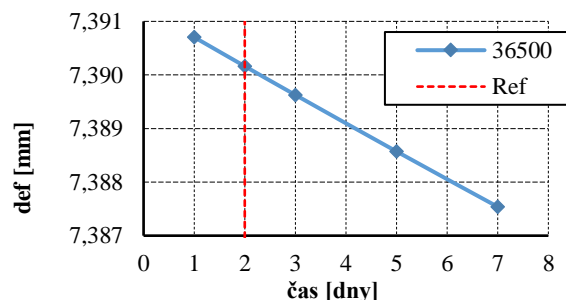
Obrázek 3: Deformace v závislosti na čase zatížení.



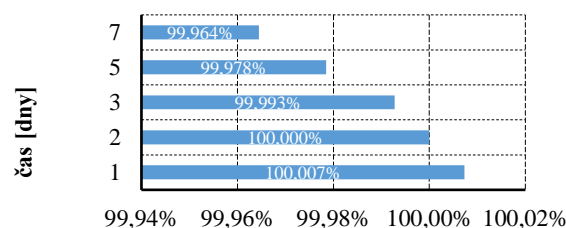
Obrázek 4: Procentuální změna deformace v závislosti na čase zatížení konstrukce.

##### 4.2. Doba ošetřování betonu

Vývoj deformace v závislosti na čase, po který probíhalo ošetřování betonu, je popsán na obrázcích (Obrázek 5 a Obrázek 6). Přesné způsoby ošetřování nejsou ve výpočtu dle modelu B4 rozlišeny. Jedná se tak souhrnně o opatření vedoucí ke snížení negativních vlivů okolního prostředí na mladý beton. S ohledem na charakter výsledných hodnot je deformace stanovena pouze v čase 36500 dní.



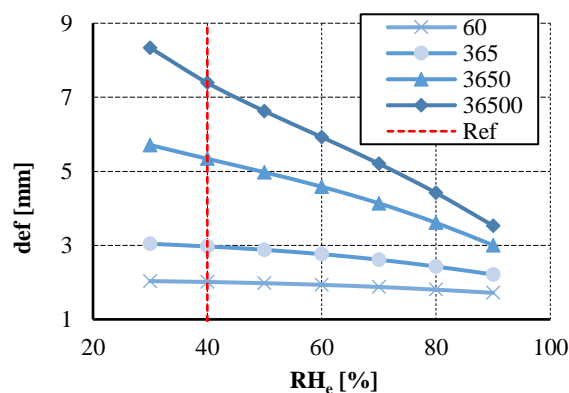
Obrázek 5: Deformace v závislosti na době ošetřování.



Obrázek 6: Procentuální změna deformace v závislosti na době ošetřování.

##### 4.3. Relativní vlhkost okolního prostředí

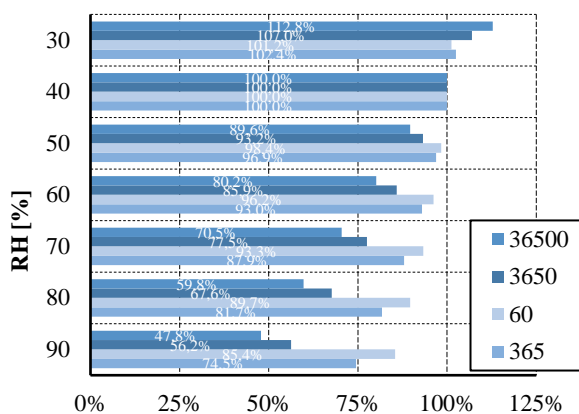
Významným vstupním parametrem, u kterého je předpokládán podstatný vliv na celkovou deformaci, je relativní vlhkost okolního prostředí. Výpočet je proveden za zjednodušujícího předpokladu, že relativní vlhkost prostředí bude po sledovaný čas konstantní. Vzhledem k charakteru sledované konstrukce je možné takový předpoklad přijmout.<sup>8</sup> Deformace konstrukce je stanovena v rozsahu hodnot relativní vlhkosti 80% a pro stáří konstrukce 60 dní, 1 rok, 10 let a 100 let.



Obrázek 7: Deformace v závislosti na relativní vlhkosti okolního prostředí.

<sup>8</sup> U konstrukce tunelového sekundárního ostění (popsané v op. cit. v poznámce 3) lze do jisté míry předpokládat stabilní klimatické podmínky. Při sledování vlivu relativní vlhkosti na jiných

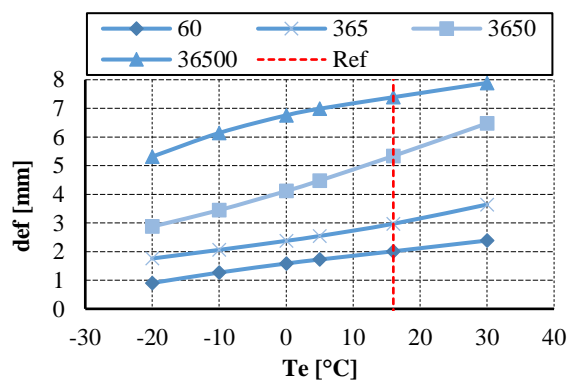
konstrukcích by bylo vhodné reflektovat možné změny a dle toho upravit vstupní údaje pro výpočet dle modelu B4.



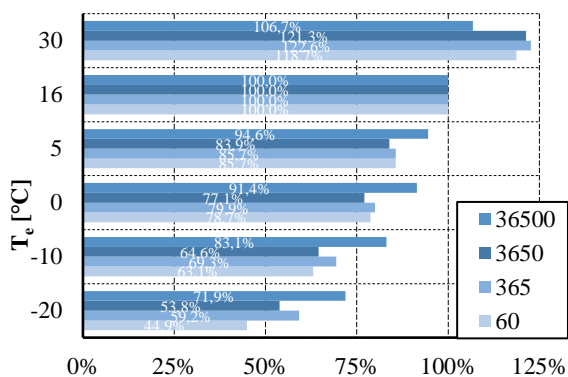
Obrázek 8: Procentuální změna deformace v závislosti na relativní vlhkosti okolního prostředí.

#### 4.4. Teplota okolního prostředí po zatížení

Obdobně jako v části 4.3, tak i při sledování vlivu teploty, je výpočet proveden s konstantními hodnotami teploty, které se v průběhu času nemění. Výsledky v absolutních hodnotách jsou tak zatíženy jistou chybou. Nicméně celkové rozdíly ve výsledných deformacích ukazují na podstatný vliv teploty jako proměnné veličiny.



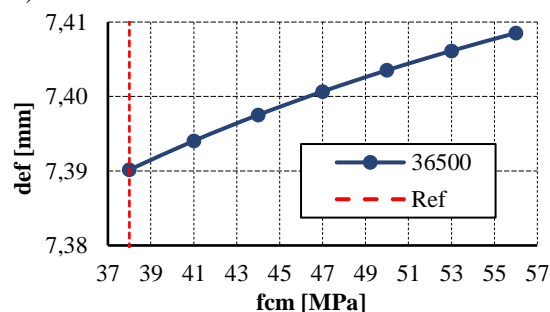
Obrázek 9 Deformace v závislosti na teplotě okolního prostředí.



Obrázek 10 Procentuální změna deformace v závislosti na teplotě okolního prostředí

#### 4.5. Pevnost betonu

Pevností betonu je v tomto kontextu míněna průměrná hodnota válcové pevnosti betonu v tlaku  $f_{cm}$ , jakožto vstupní údaj pro výpočet s modelem B4. Možné změny deformace konstrukce v závislosti na změně pevnosti betonu v rozsahu od 38 MPa do 56 MPa jsou v čase 36500 dní znázorněny v grafu (Obrázek 11).

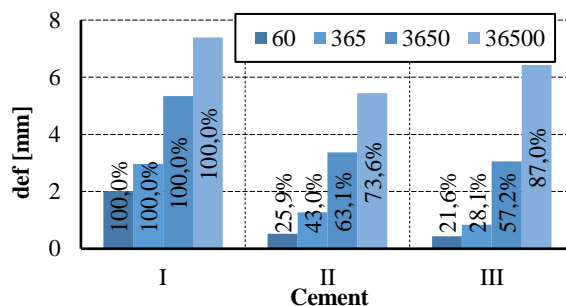


Obrázek 11: Vliv pevnosti betonu na deformaci.

#### 4.6. Třída cementu

Posledními ze zkoumaných parametrů jsou vlastnosti použitého cementu. Pro srovnání jsou uvedeny následující tři typy Portlandského cementu, které jsou označeny jako:

- I – obyčejný R,
- II – vyznačující se odolností vůči sulfátům SL,
- III – vyznačující se rychlým nárůstem pevnosti RS.<sup>9</sup>



Obrázek 12: Vliv třídy použitého cementu.

### 5. ZÁVĚR

Cílem této práce bylo bližší stanovení vlivu dílčích parametrů, které jsou potřeba ke stanovení účinků dotvarování a smršťování betonu, na výslednou deformaci konstrukce. Některé vstupní veličiny pro výpočet nejsou mnohdy ve fázi návrhu konstrukce známy a tak se odhadují. S ohledem na tuto skutečnost, bylo snahou popsat, jaký vliv může mít změna určité proměnné na deformaci konstrukce.

Po shrnutí výsledků lze konstatovat, že některé vstupní hodnoty mají téměř zanedbatelný vliv na výslednou hodnotu analyzovaných průhybů. Jedná se především o pevnost betonu, dobu ošetřování, u kterých změna výsledku nepřesahuje 1 %,

<sup>9</sup> Značení Portlandského cementu převzato z: ASTM C150 / C150M-18, Standard Specification for Portland Cement.

a do jisté míry i o čas zatížení konstrukce, jehož změnou vzrostl průhyb cca o 10 %.

Naopak významný vliv na celkový průhyb má změna teploty okolního prostředí, relativní vlhkosti a typu cementu. Tyto parametry mohou změnit výsledky až o cca 300 %.

V této práci byly analyzovány jednotlivé vstupní hodnoty izolovaně. Vstupní hodnoty výpočtu dotvarování a smršťování jsou však náhodné veličiny a v reálné situaci je nutné počítat s jistým rozptylem všech vstupních hodnot.

Zároveň je nutné podotknout, že pro stanovení účinků dotvarování a smršťování betonu (nejen s použitím modelu B4) je nutná znalost dalších vstupních údajů (mj. zastoupení jednotlivých složek v betonové směsi). Tyto vstupy zde nejsou blíže diskutovány, ačkoli je možné předpokládat jejich nezanedbatelný vliv na celkový průhyb. Vliv dalších parametrů stejně tak jako analýza jiných konstrukcí či prvků může být předmětem další práce.

Tabulka 2: Přehled výsledků pro změny jednotlivých vstupních hodnot a pro různé časy sledování.

Veličina	ref	změna – absolutní hodnoty							změna – procentuálně						
		28	21	14	7	4	3	-	21	14	7	4	3	-	
<b>Čas vnesení zatížení</b>	den	28	21	14	7	4	3	-	21	14	7	4	3	-	
U <sub>max,60</sub>	mm	2,01	2,05	2,09	2,16	2,20	2,22	-	1,76%	3,89%	6,85%	8,69%	9,44%	-	
U <sub>max,365</sub>	mm	2,97	3,00	3,04	3,09	3,13	3,15	-	0,93%	2,16%	4,01%	5,20%	5,69%	-	
U <sub>max,36500</sub>	mm	7,39	7,41	7,45	7,50	7,54	7,55	-	0,33%	0,78%	1,48%	1,95%	2,14%	-	
<b>Doba ošetřování betonu</b>	den	2	1	3	5	7	-	-	1	3	5	7	-	-	
U <sub>max,36500</sub>	mm	7,39	7,3907	7,3896	7,3886	7,3875	-	-	0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,04%	-	-	
<b>Relativní vlhkost</b>	%	40	90	80	70	60	50	30	90	80	70	60	50	30	
U <sub>max,60</sub>	mm	2,01	1,72	1,80	1,88	1,93	1,98	2,03	-17,1%	-11,5%	-7,2%	-4,0%	-1,7%	1,2%	
U <sub>max,365</sub>	mm	2,97	2,21	2,43	2,61	2,76	2,88	3,04	-34,3%	-22,4%	-13,7%	-7,6%	-3,2%	2,4%	
U <sub>max,3650</sub>	mm	5,34	3,00	3,61	4,14	4,58	4,97	5,71	-77,8%	-47,9%	-29,1%	-16,5%	-7,3%	6,5%	
U <sub>max,36500</sub>	mm	7,39	3,53	4,42	5,21	5,92	6,62	8,34	-109,3%	-67,3%	-41,9%	-24,7%	-11,6%	11,3%	
<b>Teplota okolního prostředí</b>	°C	16	-20	-10	0	5	30	-	-20	-10	0	5	30	-	
U <sub>max,60</sub>	mm	2,01	0,90	1,27	1,58	1,72	2,39	-	-122,6%	-58,5%	-27,1%	-16,7%	15,7%	-	
U <sub>max,365</sub>	mm	2,97	1,76	2,06	2,37	2,55	3,64	-	-68,9%	-44,2%	-25,1%	-16,7%	18,5%	-	
U <sub>max,3650</sub>	mm	5,34	2,87	3,45	4,11	4,48	6,48	-	-85,7%	-54,9%	-29,8%	-19,2%	17,6%	-	
U <sub>max,36500</sub>	mm	7,39	5,32	6,14	6,76	6,99	7,89	-	-39,0%	-20,3%	-9,4%	-5,8%	6,3%	-	
<b>Pevnost betonu</b>	MPa	38	41	44	47	50	53	56	41	44	47	50	53	56	
U <sub>max,36500</sub>	mm	7,39	7,394	7,398	7,401	7,404	7,406	7,409	0,053%	0,100%	0,142%	0,180%	0,216%	0,248%	
<b>Druh cementu</b>	-	I	II	III	-	-	-	-	II	III	-	-	-	-	
U <sub>max,60</sub>	mm	2,01	0,52	0,43	-	-	-	-	-286,4%	-362,5%	-	-	-	-	
U <sub>max,365</sub>	mm	2,97	1,28	0,83	-	-	-	-	-132,5%	-256,1%	-	-	-	-	
U <sub>max,3650</sub>	mm	5,34	3,37	3,05	-	-	-	-	-58,4%	-74,9%	-	-	-	-	
U <sub>max,36500</sub>	mm	7,39	5,440	6,427	-	-	-	-	-35,8%	-15,0%	-	-	-	-	

## ACKNOWLEDGEMENTS

Teoretické podklady pro prezentované výsledky byly získány za finanční podpory z prostředků studentské grantové soutěže v rámci projektu SGS19/036/OHK1/1T/11.

Soška, J. & Vráblík, L. (2011), Porovnání matematických modelů pro výpočet smršťování a dotvarování betonu, in 'Beton TKS', Vol. 6, pp. 58–65.

## References

- ASTM C150 / C150M-18. (2018), *Standard Specification for Portland Cement*, ASTM International, West Conshohocken, PA.
- GEOEXPERTS spol. s r.o. (2015), *Měření sekundárního ostění tunelu Šibeník*.
- Prchal, J. & Vráblík, L. (2018), Citlivostní analýza účinků časově závislých vlastností betonu na reologicky homogenní konstrukce, in '25. Betonářské dny - sborník příspěvků z konference', Praha.
- Prchal, J. & Vráblík, L. (2017), Vliv reologických změn betonu na chování sekundárního ostění tunelu, in '24. Betonářské dny - Sborník příspěvků z konference'. Praha.