

# KŘEHKÉ PORUŠENÍ ŽELEZOBETONOVÝCH PRVKŮ S KONSTRUKČNÍM VYZTUŽENÍM NA SMYK A KROUCENÍ

Jan Vesecký, \*

Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební,  
České vysoké učení technické v Praze, Thákurova 7/2077, 166 29 Praha 6, Česká republika.  
jan.vesecky@fsv.cvut.cz

## ABSTRAKT

Současná pravidla pro navrhování betonových konstrukcí dle Eurokódu 2 umožňují navrhnout pouze minimální (konstrukční) smykovou výztuž nosníku v případě, že posouvající síla  $a$  nebo krouticí moment nezpůsobí vznik trhlin. Je-li tento předpoklad splněn, nemusí být únosnost smykové výztuže ověřována.

Formou jednoduché parametrické studie předložený článek ukazuje, že i u prvků se zcela typickým průřezem, vyrobených z běžného betonu, může únosnost před vznikem trhlin výrazně překročit únosnost samotné konstrukční výztuže. Tento problematický jev může nastat u průřezů malých rozměrů používaných v pozemních stavbách, a stává se ještě významnějším u průřezů velkých rozměrů, typických pro mostní konstrukce.

Vznikne-li u takto navrženého prvku, splňujícího veškeré požadavky normy, jediná smyková trhlina, může nastat okamžité přetržení nedostatečně únosné smykové výztuže a křehký kolaps prvku.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Eurokód 2 • Konstrukční zásady • Smyk • Kroucení • Křehké porušení

## ABSTRACT

The current design rules for concrete structures according to the Eurocode 2 allow the design of the minimum shear reinforcement of a beam when the shear force and/or the torsional moment do not cause cracks in concrete. When such a premise is met, the load-bearing capacity of the shear reinforcement does not have to be checked.

The presented paper shows, by using a simple parametric study, that even for a concrete member with the typical cross-section, made out of the ordinary concrete the load bearing capacity of an uncracked member, may significantly exceed load bearing capacity of minimum shear reinforcement. Such phenomenon may occur even for the small cross-sections, typically used in buildings. It becomes even more significant for the bigger cross-sections, typical for the bridge structures.

If a single shear crack occurs in such a member which satisfies all the requirements according to the standard, a rupture

of insufficient shear reinforcement may follow and the whole member may undergo a sudden brittle failure.

## KEYWORDS

Eurocode 2 • Minimum Reinforcement • Shear • Torsion • Brittle Failure

## 1. ÚVOD

Ohýbané železobetonové prvky jsou z definice zároveň vždy vystaveny účinkům posouvající síly. V některých případech, především při excentricky působícím zatížení, navíc často vzniká krouticí moment, jehož účinky se sčítají s účinky posouvající síly nebo kroucení působí samostatně.

Smykové trhliny od obou typů namáhání obecně vzniknou v okamžiku překročení smykové pevnosti betonu. Jelikož její stanovení není jednoduché, viz např. (Ráček et al., 2016), neexistuje žádný normalizovaný postup jejího měření ani není tabelována pro běžné typy betonů, předpokládá se, že je smyková pevnost rovna pevnosti betonu v tahu, tedy  $f_v = f_{ct}$ .

Únosnost průřezu před vznikem smykových trhlin je zároveň úměrná účinné ploše průřezu a stupni vyztužení podélnou výztuží v případě namáhání posouvající silou a úměrná modulu průřezu ve volném kroucení v případě namáhání kroutícím momentem.

Nakonec, působící tlaková síla (od předpětí nebo přirozeně vyvozená např. v obloukových konstrukcích), vznik smykových trhlin dále oddaluje, ačkoliv není tato skutečnost vyčíslenými modely vždy zohledněna, viz dále.

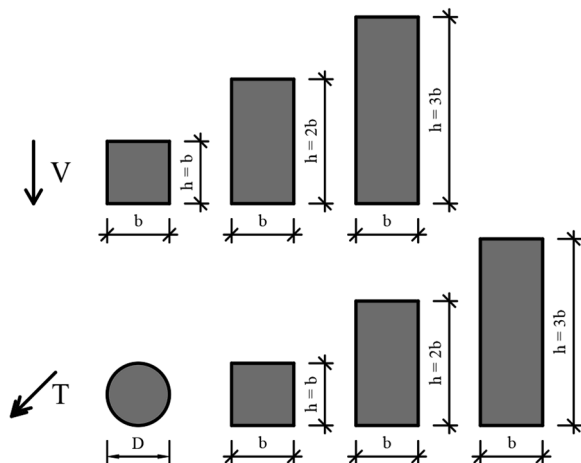
Především pro průřezy větších rozměrů navržené z betonů vyšších pevností, které dosahují nezanedbatelné tahové pevnosti je únosnost před vznikem smykových trhlin relativně vysoká. U prvků namáhaných malým kroutícím momentem navíc trhliny často (na základě výpočtu) vůbec nevznikají a u předepnutých prvků je zpravidla značně redukována posouvající síla vlivem účinků předpětí.

Pokud je taková pevnost překročena a smykové trhliny vzniknou, dochází k aktivaci výztuže a síly jsou přenášeny rovinnou nebo prostorovou příhradovinou tvořenou podélnými a příčnými pruty a betonovými diagonálami, přenášejícími tlak. Únosnost je v takovém případě úměrná stupni vyztužení příčnou výztuží, rozměrům příhradoviny, mezi kluzu výztuže a nepřímo úměrná úhlu sklonu tlakových diagonál.

\* Školitel: doc. Ing. Lukáš Vráblík, Ph.D., FEng.

Jestliže působící posouvající síla a/nebo kroutící moment nepřekročí únosnost průřezu před vznikem smykových trhlin, je požadováno pouze minimální (konstrukční) smykové vyztužení, které má mimo jiné zajistit duktilní chování v případě porušení prvku.

Předložený článek ukazuje porovnání únosnosti před a po vzniku smykových trhlin pro základní tvary průřezů: kruhový, čtvercový a obdélníkový s dvěma poměry stran 1:2 a 1:3, viz Obrázek 1.



Obrázek 1: Analyzované průřezy – nahore: pro zatížení posouvající silou; dole: pro zatížení kroutícím momentem.

## 2. PŘIJATÉ PŘEDPOKLADY

Únosnost železobetonových prvků závisí na značném množství parametrů. Pro provedenou studii byly proto přijaty zjednodušující předpoklady a několik parametrů bylo zvoleno jako konstanty, vystihující typické případy použití.

Bylo uvažováno, že prvky jsou vyrobeny z betonu pevnostních tříd vyhovujících ČSN EN 1992-1-1:2019 (dále Eurokód 2) a návrhová tahová pevnost betonu do C50/60 odpovídá:

$$f_{ctd} = 0,14 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (1)$$

kde  $f_{ck}$  je char. válcová pevnost betonu v tlaku.

A pro betony nad C50/60:

$$f_{ctd} = \frac{371}{375} \cdot \ln \left( 1 + \frac{f_{ck} + 8}{10} \right) \quad (2)$$

V obou případech pro  $\alpha_{cc} = 1,0$  a  $\gamma_C = 1,5$ .

Prvky nejsou předepnuty ani nejsou jinak namáhány normálovou silou, a tedy napětí  $\sigma_{cp} = 0$  MPa. Předpokládá se výhradně použití betonářské výztuže B500B se součinitelem bezpečnosti  $\gamma_S = 1,15$ .

Dále je pro všechny zkoumané prvky uvažováno:

- že namáhání posouvající silou a kroutícím momentem působí odděleně a nikdy nedochází k jejich interakci;
- příčná smyková výztuž je tvořena výhradně třmínky, jejich průměr je vždy  $\varnothing_{sw} = 8$  mm a sklon  $\alpha = 90^\circ$ ;

- třmínky na posouvající sílu jsou vždy dvoustřížné a třmínky na kroucení jednostřížné;
- stupeň vyztužení podélnou výztuží splňuje konstrukční zásady a je pro všechny případy uvažován hodnotou  $\rho_l = 0,5 \% = 0,005$ ;
- úhel sklonu tlakových diagonál je uvažován hodnotou  $\theta = 40^\circ$ , tedy  $\cotg(\theta) = 1,2$ ;
- účinná výška průřezu je uvažována jako 90 % celkové výšky průřezu ( $d = 0,9 \cdot h$ )
- rameno vnitřních sil odpovídá 80 % celkové výšky průřezu ( $z = 0,8 \cdot h$ ).

## 3. KONSTRUKČNÍ ZÁSADY PRO SMYKOVOU VÝZTUŽ (MINIMÁLNÍ VYZTUŽENÍ)

Eurokód 2, kapitola 6.2.2 pro prvky nevyžadující návrh smykové výztuže a kapitola 6.3.2 pro postup návrhu výztuže na kroucení udávají, že je požadováno pouze minimální vyztužení za předpokladu, že není překročena únosnost průřezu před vznikem trhlin, tedy pro obecný případ:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} \leq 1,0 \quad (3)$$

kde  $X_{Ed}$  je působící návrhová vnitřní síla  
 $X_{Rd,c}$  únosnost průřezu před vznikem trhlin

Při působící posouvající síle se minimální vyztužení navrhne dle pravidel uvedených v kapitole 9.2.2 – konstrukční uspořádání smykové výztuže nosníků. Pro parametrickou studii uvedenou dále v tomto článku jsou důležité především požadavky na maximální podélnou osovou vzdálenost třmínků  $s_{l,max}$ . Uplatní se nejmenší z následujících tří hodnot, přičemž první vychází z geometrie průřezu, druhá je omezením dle národní přílohy normy a třetí vyplývá z požadavku na minimální stupeň smykového vyztužení. Vztahy jsou uvedeny pro předpoklad  $\alpha = 90^\circ$ , viz kap. 2.

$$s_{l,max,1} = 0,75 \cdot d \quad (4)$$

$$s_{l,max,2} = 400 \text{ mm} \quad (5)$$

$$s_{l,max,3,V} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywk}}{b_w \cdot 0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}} \quad (6)$$

kde  $d$  je účinná výška průřezu (viz kap. 2);  
 $A_{sw}$  plocha smykové výztuže;  
 $f_{ywk}$  mez kluzu smykové výztuže;  
 $b_w$  šířka stěny průřezu.

V případě namáhání kroutícím momentem se uplatní doplňující pravidla dle kapitoly 9.2.3 – výztuž na kroucení, kdy první dvě výše uvedené podmínky zůstávají v platnosti, třetí je upravena pro analogický tenkostěnný dutý průřez (ATDP) a čtvrtá a pátá závisí na rozměrech průřezu.

$$s_{l,max,3,T} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywk}}{t_{ef} \cdot 0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}} \quad (7)$$

$$s_{l,max,4} = \frac{u}{8} \quad (8)$$

$$s_{l,max,5} = b_{min} \quad (9)$$

kde  $t_{ef}$  je účinná tloušťka stěny ATDP;  
 $u$  vnější obvod skutečného průřezu;  
 $b_{min}$  je nejmenší rozměr průřezu.

#### 4. PARAMETRICKÁ STUDIE PRO NAMÁHÁNÍ POSOUVAJÍCÍ SILOU

##### 4.1. Vztahy dle Eurokódu 2

Porovnání únosnosti průřezu před vznikem trhlin  $V_{Rd,c}$  a únosnosti smykové výztuže při minimálním vyztužení  $V_{Rd,s,min}$  dle kap. 3 je provedeno pro následující proměnné parametry:

- tvar průřezu, viz Obrázek 1;
- rozměry průřezu (základní rozměr od 100 mm do 750 mm, pokud není uvedeno jinak);
- pevnostní třída betonu (C12/15 a C90/105).

Ostatní parametry byly zvoleny jako konstanty případně jako hodnoty přímo úměrné geometrii průřezu, viz kap. 2.

Jednotlivé únosnosti průřezů byly stanoveny v souladu s Eurokódem 2 při uvážení nulové normálové síly:

$$V_{Rd,c} = \max(V_{Rd,c,1}; V_{Rd,c,2}) \quad (10)$$

$$V_{Rd,c,1} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad (11)$$

$$V_{Rd,c,2} = 0,035 \cdot \sqrt{k^3 \cdot f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad (12)$$

$$V_{Rd,s,min} = \frac{A_{sw}}{s_{l,max}} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cotg(\theta) \quad (13)$$

kde  $C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$

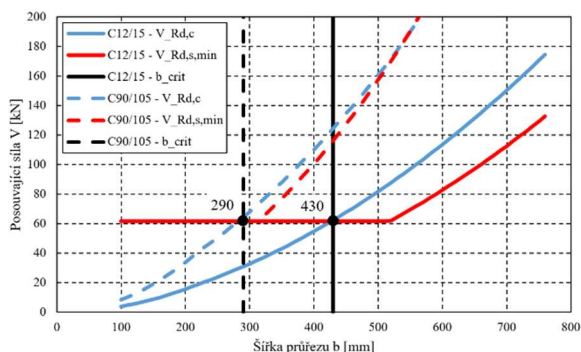
$$k = \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2,0\right)$$

$s_{l,max}$  je min. hodnota z rovnic (4), (5), (6)

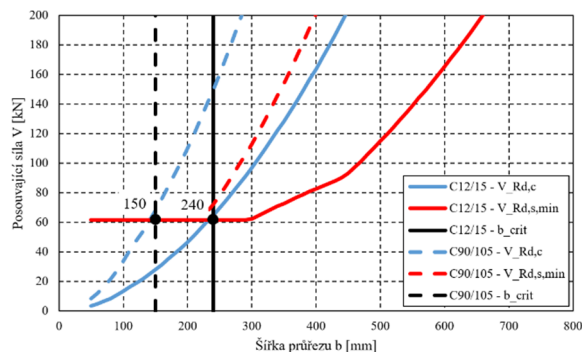
##### 4.2. Dílčí výsledky

Obrázek 2 až Obrázek 4 zobrazují průběhy  $V_{Rd,c}$  a  $V_{Rd,s,min}$  v závislosti na rozměrech průřezu a pevnostní třídě betonu. Jsou vykresleny výsledky pro dva krajní případy – beton C12/15 a C90/105. V místě průniku únosností je vyznačen tzv. kritický rozměr průřezu, pro který (a všechny větší průřezy) platí, že únosnost před vznikem trhlin je větší než únosnost samotné smykové výztuže  $V_{Rd,c} > V_{Rd,s,min}$ .

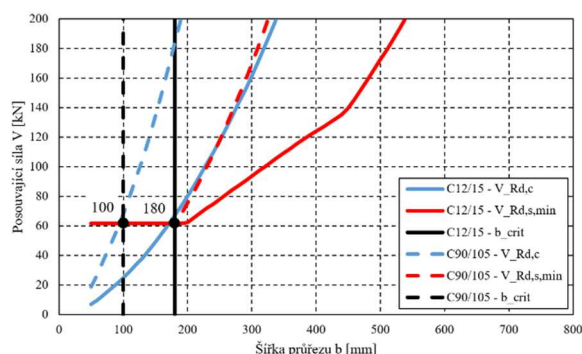
Lze dokázat, že pro mezilehlé třídy betonu se nachází kritické rozměry průřezu mezi uvedenými hodnotami pro C12/15 a C90/105 (viz Obrázek 5).



Obrázek 2: Graf  $V_{Rd,c}$  a  $V_{Rd,s,min}$  pro čtvercový průřez (krok 10 mm), beton třídy C12/15 a 90/105.



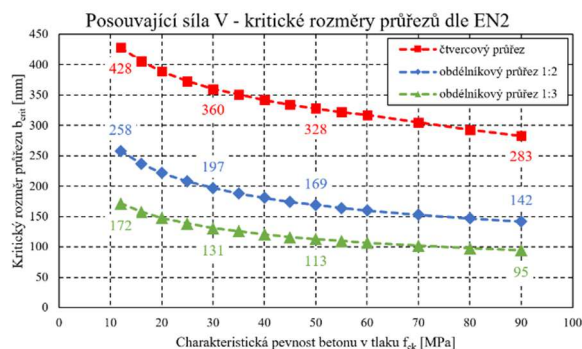
Obrázek 3: Graf  $V_{Rd,c}$  a  $V_{Rd,s,min}$  pro obdélníkový průřez 1:2 (krok 10 mm), beton třídy C12/15 a 90/105.



Obrázek 4: Graf  $V_{Rd,c}$  a  $V_{Rd,s,min}$  pro obdélníkový průřez 1:3 (krok 10 mm), beton třídy C12/15 a 90/105.

##### 4.3. Souhrnné výsledky

Kritické rozměry zkoumaných průřezů pro všechny třídy betonu shrnuje Obrázek 5. Explicitně jsou uvedeny hodnoty pro nejnižší a nejvyšší pevnostní třídu betonu a pro nejčastěji používané třídy betonu C30/37 (monolitické konstrukce) a C50/60 (prefabrikované konstrukce).



Obrázek 5: Graf kritických rozměrů pro zkoumané průřezy a třídy betonu (délkový krok 1 mm).

#### 5. PARAMETRICKÁ STUDIE PRO NAMÁHÁNÍ KROUČÍM MOMENTEM

##### 5.1. Vztahy dle Eurokódu 2

Porovnání kroučícího momentu při vzniku trhlin  $T_{Rd,c,EN2}$  a návrhový kroučící moment, který převezme smyková výztuž na mezi kluzu při uvážení minimálního vyztužení  $T_{Rd,s,min}$

dle kap. 3 je provedeno pro stejné proměnné a konstantní parametry jako v kap. 4. Navíc byl zkoumán kruhový průřez.

Dle Eurokódu 2 se únosnosti průřezů stanoví pomocí vztahů:

$$T_{Rd,c,EN2} = 2 \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot f_{ctd} \quad (14)$$

$$T_{Rd,s,min} = \frac{A_{sw}}{s_{l,max}} \cdot 2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot \cot g(\theta) \quad (15)$$

kde  $A_k$  je plocha omezená střednicemi ATDP;  
 $s_{l,max}$  min. hodnota z rovnic (4), (5), (7), (8), (9).

## 5.2. Vztahy dle teorie pružnosti

Vzhledem ke mnoha známým nedostatkům návrhového modelu na kroucení, viz např. (Křístek & Průša, 2017, Vesecký, 2017, Vesecký, 2019), je rovněž proveden alternativní výpočet kroučícího momentu při vzniku trhlin dle teorie pružnosti  $T_{Rd,c,el}$ . Pro kruhový průřez je tento postup obhajitelný vzhledem ke skutečnosti, že dle Eurokódu 2 lze použít vztah (14) pouze pro „přibližně obdélníkové plné průřezy“, ačkoliv není blíže definováno, které průřezy toto kritérium splňují a které nikoliv. Pro čtvercový a obdélníkový průřez je hodnota únosnosti dle teorie pružnosti, viz (16) a (18), prezentována především s cílem upozornit na výrazný rozdíl při porovnání se vztahem (14), který únosnost nadhodnocuje až o 53 % (v závislosti na poměru stran  $h/b$ ).

Únosnost před vznikem trhlin dle teorie pružnosti se stanoví jako:

$$T_{Rd,c,el} = W_{t,el} \cdot f_{ctd} \quad (16)$$

kde  $W_{t,el}$  je modul průřezu ve volném kroucení.

Pro kruhový průřez platí vztah:

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot D^3 \quad (17)$$

kde  $D$  je průměr průřezu.

A pro obdélníkový průřez, např. (Timoshenko & Goodier, 1987), se použije výraz:

$$W_t = \frac{\pi^2}{24} \cdot \frac{1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{b}{h} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi h}{2b}\right)}{\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{n\pi h}{2b}\right)}\right]} \cdot b^2 \cdot h \quad (18)$$

kde  $b$  je kratší strana obdélníkového průřezu;  
 $h$  je delší strana obdélníkového průřezu;

Po vyjádření zlomků na levé straně vztahu (18), pro dostatečně vysoké  $n$ , lze získat, viz např. (Vesecký, 2017):

$$W_t = 0,2082 \cdot b^2 \cdot h \quad \text{pro } h/b = 1,0 \quad (19)$$

$$W_t = 0,2459 \cdot b^2 \cdot h \quad \text{pro } h/b = 2,0 \quad (20)$$

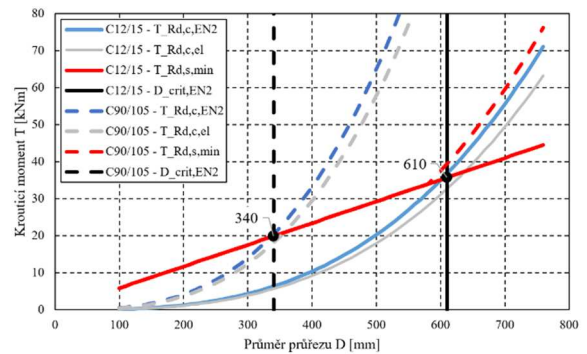
$$W_t = 0,2673 \cdot b^2 \cdot h \quad \text{pro } h/b = 3,0 \quad (21)$$

## 5.3. Dílčí výsledky

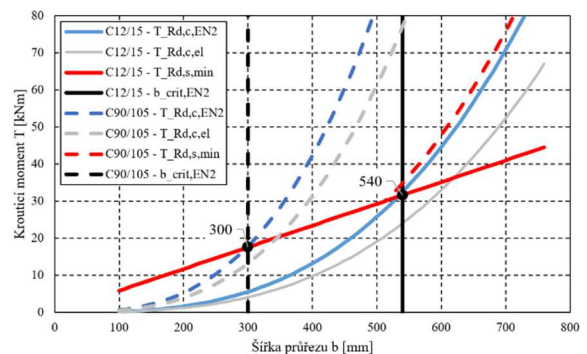
Obrázek 6 až Obrázek 9 zobrazují průběhy  $T_{Rd,c,EN2}$ ,  $T_{Rd,c,el}$  a  $T_{Rd,s,min}$  v závislosti na rozměrech průřezu a pevnostní třídě

betonu. Jsou vykresleny výsledky pro dva krajní případy – beton C12/15 a C90/105. V místě průniku únosností  $T_{Rd,c,EN2}$  a  $T_{Rd,s,min}$  je, podobně jako v případě namáhání posouvající silou, vykreslen kritický rozměr průřezu, pro který (a všechny větší průřezy) platí, že únosnost před vznikem trhlin (dle Eurokódu 2 – rovnice (14)) je větší než únosnost samotné smyčkové výztuže na kroucení  $T_{Rd,c,EN2} > T_{Rd,s,min}$ .

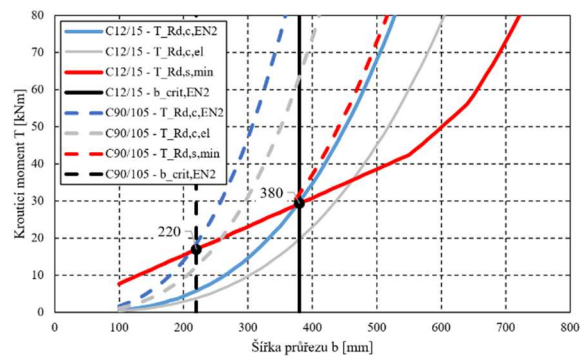
Je patrné, že kritické rozměry průřezu při uvážení vztahu dle teorie pružnosti (rovnice (16)) jsou vždy větší, a tedy únosnost před vznikem trhlin je menší, než udává Eurokód 2. Zároveň lze dokázat, že pro mezilehlé třídy betonu se nachází kritické rozměry průřezu mezi uvedenými hodnotami pro C12/15 a C90/105 (viz Obrázek 10).



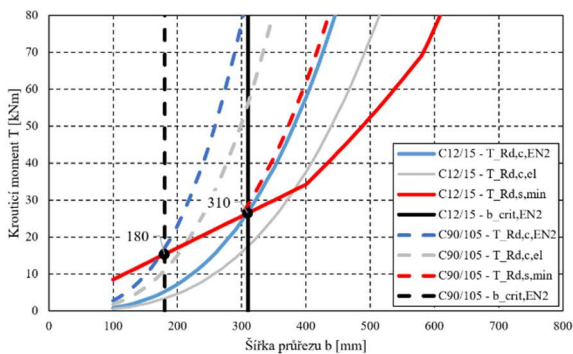
Obrázek 6: Graf  $T_{Rd,c,EN2}$ ,  $T_{Rd,c,el}$  a  $T_{Rd,s,min}$  pro kruhový průřez (krok 10 mm), beton třídy C12/15 a 90/105.



Obrázek 7: Graf  $T_{Rd,c,EN2}$ ,  $T_{Rd,c,el}$  a  $T_{Rd,s,min}$  pro čtvercový průřez (krok 10 mm), beton třídy C12/15 a 90/105.



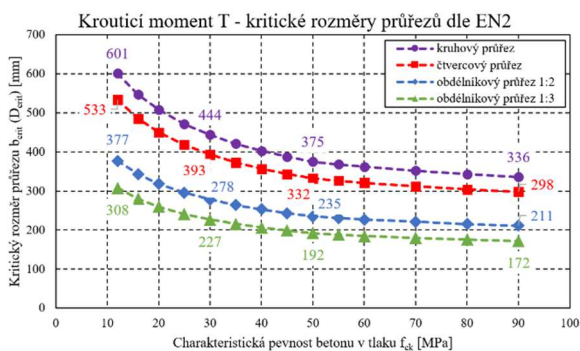
Obrázek 8: Graf  $T_{Rd,c,EN2}$ ,  $T_{Rd,c,el}$  a  $T_{Rd,s,min}$  pro obdélníkový průřez 1:2 (krok 10 mm), beton třídy C12/15 a 90/105.



Obrázek 9: Graf  $T_{Rd,c,EN2}$ ,  $T_{Rd,c,el}$  a  $T_{Rd,s,min}$  pro obdélníkový průřez 1:3 (krok 10 mm), beton třídy C12/15 a 90/105.

#### 5.4. Souhrnné výsledky

Kritické rozměry zkoumaných průřezů pro všechny třídy betonu shrnuje Obrázek 10. Explicitně jsou uvedeny hodnoty pro nejnižší a nejvyšší pevnostní třídu betonu a pro nejčastěji používané třídy betonu C30/37 (monolitické konstrukce) a C50/60 (prefabrikované konstrukce).



Obrázek 10: Graf kritických rozměrů dle EN2 pro zkoumané průřezy a třídy betonu (délkový krok 1 mm).

## 6. DISKUZE

### 6.1. Zhodnocení výsledků

Z porovnání grafů únosnosti pro posouvající sílu uvedených v kap. 4 a grafů únosnosti pro krouticí moment (kap. 5) je patrný podobný trend. Únosnost konstrukční výztuže je pro malé průřezy vyšší než únosnost průřezu před vznikem trhlin, ovšem již pro relativně malé rozměry dochází k průniku obou křivek a únosnost konstrukční výztuže je až o několik desítek procent nižší než únosnost průřezu bez trhlin.

Z grafů je zcela zřejmý vliv pevnostní třídy betonu, kdy s rostoucí tlakovou pevností dochází k průniku obou křivek při stále menších rozměrech průřezu. Ve výjimečných situacích (viz Obrázek 2 – beton C90/105) může dojít k druhému průniku křivek pro větší rozměry průřezu a únosnost konstrukční výztuže je následně opět vyšší. Zpravidla k tomuto jevu ale nedochází a naopak pro velké průřezy nastává ustálený poměr  $X_{Rd,s}/X_{Rd,c}$  na konstantní hodnotě.

### 6.2. Důsledky nízké únosnosti konstrukční výztuže

Především pro zcela nejčastěji používaný průřez tvaru obdélníku s poměrem stran 1:2 až 1:3 vychází kritické rozměry v hodnotách naprosto běžných pro pozemní stavby – např. přibližně 150×450 mm pro namáhání posouvající silou a přibližně 200×600 mm pro namáhání krouticím momentem (při uvažování parametrů dle kap. 2). Pro průřezy lávek a mostů, které běžně dosahují rozměrů v řádech jednotek metrů je rozdíl ve zkoumaných únosnostech zcela evidentní a únosnost konstrukční výztuže je často méně než poloviční oproti únosnosti průřezu bez trhlin.

Na tuto skutečnost ovšem Eurokód 2 nepamatuje (viz kap. 3) a může být navržen průřez s využitím průřezu před vznikem trhlin (poměr  $X_{Ed}/X_{Rd,c}$  blízcímu se hodnotě 1,0 zdola, který splní všechna ustanovení normy.

Poté postačuje, aby bylo skutečné uvažované zatížení o jednotky procent vyšší, tahová pevnost betonu mírně nižší, případně vznikla trhlina (např. od smršťování), která iniciuje smykovou trhlinu nebo jen výpočetní model nadhodnocoval skutečnou únosnost průřezu bez trhlin. Následně vzniklé smykové trhliny poté aktivují výztuž, u které vzhledem k nedostatečné únosnosti dojde k okamžitému přetřžení a křehkému kolapsu prvku.

### 6.3. Praktické příklady

Pro nosné prvky pozemních staveb velkých průřezů zpravidla k trhlinám vlivem účinků posouvající síly dochází a navržená smyková výztuž je dostatečná. Konstrukční výztuž je použita pouze v těch částech prvku, kde platí  $V_{Ed} \leq V_{Rd,s,min}$ . Trhliny ale nemusí vzniknout u prvků menších průřezů, neboť takové prvky zpravidla nebývají příliš namáhané a je navrženo pouze konstrukční smykové vyztužení.

V případě namáhání krouticím momentem, které je často relativně malé, dochází buď k úplnému zanedbání kroucení, nebo zjištění, že návrhový krouticí moment je nižší než únosnost průřezu bez trhlin, zvláště pokud je únosnost stanovena pomocí normou doporučeného vztahu (14). Následně je navržena konstrukční výztuž bez dalšího ověření.

Mostovky železobetonových mostů a lávek s průřezy velkých rozměrů patří mezi vysoce ohybově i smykově namáhané prvky a jejich vyztužení je tak vždy dostatečné. Jiná situace může nastat u předpjatých mostů a lávek u kterých je velká část zatížení vyrovnána vhodně vedeným předpětím. Posouvající síly (a často ani krouticí momenty) poté nemusí způsobit vznik smykových trhlin a opět postačuje splnění konstrukčních zásad. U předpjatých prvků ale obecně velice pozitivně působí vnesená tlaková normálová síla, která zvyšuje únosnost průřezu před vznikem trhlin, ačkoliv je tento vliv konzervativně započítán jen ve velice redukované formě (pro smyk), případně vůbec (pro kroucení).

### 6.4. Další poznatky

Bez důkazu, který by byl patrný z prezentovaných grafů je níže stručně shrnuto, jakým způsobem další parametry ovlivňují

hodnoty kritického rozměru průřezu  $b_{crit}$  (resp.  $D_{crit}$ ) pro zkoumané průřezy (tyto poznatky platí pro namáhání posouvající silou i krouticím momentem, není-li uvedeno jinak).

- Použití třmínků většího průměru zvětšuje kritické rozměry průřezu.
- Snížení úhlu sklonu tlakových diagonál zvětšuje kritické rozměry průřezu a zároveň zmenšuje rozdíl mezi hodnotami  $X_{Rd,c}$  a  $X_{Rd,s}$ .
- Pro vysoký stupeň vyztužení podélnou výztuží  $\rho_l$  klesají kritické rozměry průřezu namáhaného posouvající silou, vzhledem k převládnutí vlivu vztahu (11). Zpravidla ale pouze pro teoretickou hodnotu  $\rho_l > 0,02$ , kterou nelze dle vztahu (11) uvažovat.

Ačkoliv byla výše uvedená parametrická studie provedena výhradně pro prvky kruhového a obdélníkového průřezu, lze předpokládat, že zjištěný problém nastává i pro další typické tvary průřezů, např. T, L, I apod. a výsledné kritické rozměry budou pro tyto průřezy podobné. Tento předpoklad ale musí být ověřen dalšími výpočty.

## 6.5. Návrh řešení problému

Nejjednodušším možným řešením uvedeného problému, které je ale závislé na rozhodnutí projektanta, je navržení takové výztuže, která bude splňovat rovnici (22) pro namáhání posouvající silou, příp. krouticím momentem v okamžiku, kdy se využítí průřezu před vznikem trhlin blíží 100 %.

$$X_{Rd,s} > X_{Rd,c} \quad (22)$$

Vhodným kritériem může být např. poměr  $X_{Ed}/X_{Rd,c} > 0,8$ .

Z podmínky (22) může být rovněž odvozeno druhé řešení, neboť ze vztahů uvedených výše lze vyjádřit dodatečné podmínky pro maximální osovou vzdálenost třmínků:

$$s_{l,max,4,V} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot g(\theta)}{\beta \cdot (C_{Rd,c} \cdot k \cdot \sqrt{100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} + k_1 \cdot \sigma_{cp}}) \cdot b_w \cdot d} \quad (23)$$

$$s_{l,max,5,V} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot g(\theta)}{\beta \cdot 0,035 \cdot \sqrt{k^3} \cdot f_{ck} \cdot b_w \cdot d} \quad (24)$$

$$s_{l,max,6,T} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \cot g(\theta)}{\beta \cdot t_{ef} \cdot f_{ctd}} \quad (25)$$

kde  $\beta > 1,0$  je zvolený „součinitel bezpečnosti“.

Uvedené podmínky (23) až (25) zajistí dostatečnou duktilitu prvků ve všech případech.

## 7. ZÁVĚR

Článek formou jednoduché parametrické studie upozorňuje na nesoulad v Eurokódu 2, který při splnění všech požadavků umožňuje provést návrh výztuže na smyk a kroucení, jejíž únosnost je nižší než únosnost průřezu před vznikem trhlin. Tato skutečnost může za určitých podmínek vést až k přetržení výztuže a křehkému porušení nosného prvku.

Pro zvolené parametry výpočtu, které byly v článku podrobně popsány a vystihují typické případy bylo ukázáno, že tento problém může nastat i u prvků malých rozměrů, např.:

- obdélníkový průřez 200×400 mm a 150×450 mm z betonu C30/37 namáhaný posouvající silou;

- obdélníkový průřez 300×600 mm a 250×750 mm z betonu C30/37 namáhaný krouticím momentem;
- kruhový průřez průměru 450 mm z betonu C30/37 namáhaný krouticím momentem.

Podrobně viz Obrázek 5 a Obrázek 10. Pro větší rozměry průřezu a vyšší pevnostní třídy betonu problém dále narůstá, a naopak je redukován při použití většího průměru třmínků.

Při ručním návrhu výztuže, a především při použití návrhových programů, by měla být věnována zvýšená pozornost prvkům „nevyžadujícím návrh smykové výztuže“. V případech vysokého využití průřezu před vznikem trhlin, blízcímu se 100 %, by mělo být vždy ověřeno, že smykové trhliny skutečně nemohou vzniknout ani být iniciovány jiným typem trhlin (např. od smršťování). V opačném případě by mělo být zvaženo plnohodnotné smykové vyztužení nejméně na hodnotu stejnou nebo vyšší než  $V_{Rd,c}$  resp.  $T_{Rd,c}$  tak, aby bylo zajištěno případné duktilní porušení prvku.

## 7.1. Další výzkum

Autor článku zamýšlí výše uvedené analytické výsledky ověřit nelineárním numerickým modelem, případně fyzickým experimentem.

## 8. PODĚKOVÁNÍ

Článek vznikl jako součást řešení projektu Studentské grantové soutěže SGS20/042/OHK1/1T/11.

Poděkování patří rovněž Bc. Janu Kubátovi, studentovi magisterského oboru C, za přípravu podkladů, pro některé z výše uvedených grafů, v rámci svého semestrálního projektu věnovaného problematice kroucení.

## Literatura

- ČSN EN 1992-1-1 (2019). *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. ed. 2. Praha: ÚNMZ.
- ČSN EN 1992-1-1 NA (2020). *National Annex – Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. ed. A. Praha: ÚNMZ.
- Křístek, V. & Průša, V. & Vítek, J. L. (2017). Modely pro analýzu kroucení masivních betonových prvků, *Beton TKS 4/2017*. 50-55.
- Ráček, V. & Kadlec, L. & Křístek, V. & Vítek, J. L. (2016). New experiments on shear properties of fibre-concrete, *Procedia Engineering*. **151**, 249-256.
- Timoshenko, S. P. & Goodier, J. N. (1987). *Theory of elasticity*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill. ISBN 0-07-064720-8.
- Vesecký, J. (2017). *Kroucení železobetonových prvků*. Praha. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze. Fakulta stavební. Katedra betonových a zděných konstrukcí. Vedoucí práce: Vašková, J.
- Vesecký, J. (2019). Kroucení dle EC2 – Problémy a chyby analytického modelu, *Proceedings of the 8th PhD Workshop of the Department of Concrete and Masonry Structures*. 159-164.