

INTERAKCE KROUTÍČÍHO MOMENTU A NORMÁLOVÉ SÍLY

Lukáš Boháček, *

Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební,
České vysoké učení technické v Praze, Thákurova 7/2077, 166 29 Praha 6, Česká republika.
Lukas.bohacek@fsv.cvut.cz

ABSTRAKT

Článek se zabývá experimentálním ověřením únosnosti v kroucení 4 skupin vzorků, které se lišily svým vyztužením podélnou výztuží a třmínky. Tyto vzorky byly navíc zkoušeny nejen pouze kroucené, ale také s přidáním tlakové síly. Průběh experimentů byl dále porovnán s výsledky lineárního výpočtu i s vlivem normálového napětí a také s výpočtem dle platného evropského předpisu.

Ukázalo se, že i poměrně malý přítlak může mít zásadní vliv na únosnost prvků, hlavně u prvků s menším množstvím podélné výztuže. U vzorků byl také zkoumán úhel smykové trhliny a vliv přítlaku na tento úhel. Bylo zjištěno, že smyková trhlina u daných vzorků pohybovala obvykle ve sklonech mezi 35° a 45°, což je výrazně užší rozsah, než je umožněn v platném předpisu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Kroucení • Železobeton • Experimenty • Tlak • Trhlina

ABSTRACT

This article deals with the experimental determination of the load bearing capacity in torsion of four types of specimens. There were two types of longitudinal reinforcements and two types of used stirrups. Specimens were also tested in interaction of the normal force and the torsion. Results of the experiments were compared to a linear calculation and to a calculation according to European standards.

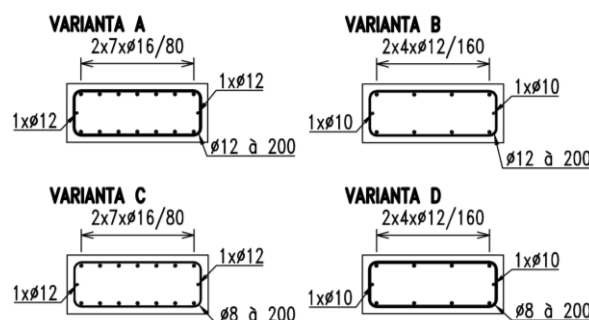
It can be seen, that even small compression can significantly improve the load bearing capacity. Load bearing capacity of specimens with less longitudinal reinforcement was improved more. Also the angle of shear crack was observed. It has been shown that the angle was between 35° and 45°, even for specimens with compression. However, the European standard allow wider range.

KEYWORDS

Torsion • Reinforced concrete • Experiments • Compression • Crack

1. ÚVOD

Základní částí článku je experimentální program, který zahrnuje celkem 24 vzorků. Byly navrženy 4 způsoby vyztužení (kombinace dvou variant podélné výztuže a dvou variant třmínků), jak je znázorněno na obrázku 1. Tyto vzorky byly podrobeny nejen kroučicímu momentu, ale na polovinu vzorků byla aplikována i tlaková normálová síla, aby bylo možné určit přínos této síly pro únosnost v kroucení.



Obrázek 1: Výztuž jednotlivých vzorků

Pro vyhodnocení únosnosti je využita metoda dle ČSN EN 1992-1-1. V této metodě bývá problematická volba úhlu smykové trhliny, jakožto velmi zásadního parametru výpočtu, který je volitelný. Zejména je řešeno, zda rozmezí tohoto volitelného parametru skutečně odpovídá reálným úhlům smykových trhlin. Proto se článek také zabývá úhlem u použitých vzorků.

Proveden byl také lineární výpočet dle Saint-Venanta pro únosnosti masivních průřezů před vznikem trhlin, který je také porovnán s výsledky experimentů. Do tohoto lineárního výpočtu byl zaveden i vliv normálové síly.

2. VÝPOČETNÍ ANALÝZA

2.1. Stav před vznikem trhlin

Před dosažením tahové pevnosti betonu (tedy před vznikem trhlin způsobených samostatným namáháním) je v průřezu předpokládáno pružné rozdělení napětí.

* Školitel: prof. Ing. Jan L. Vitek, CSc., FEng.

K výpočtu napětí v průřezu byla použita teorie kroucení dle Saint-Venanta. Tato teorie předpokládá kvadratické rozložení napětí od kroucení podél hran obdélníkového průřezu s maximální hodnotou napětí uprostřed delší strany průřezu, jehož hodnota je

$$\tau = \frac{M}{\gamma t^2 d}, \quad (1)$$

kde γ se dá přibližně spočítat

$$\gamma = 0.20817 + 0.05 \ln(d/t). \quad (2)$$

Z toho lze vypočítat, že při dosazení tahové pevnosti betonu f_{ct} za hodnotu napětí τ odpovídá kroutící moment při vzniku trhlin

$$M_{cr0,SV} = f_{ct} \gamma t^2 d. \quad (3)$$

Pokud uvažujeme normálové napětí v průřezu, tak je nutné počítat s víceosou napjatostí. Jelikož ve směru kolmém na podélnou osu nepůsobí žádné zatížení, vychází se ze vzorce pro dvouosou napjatost:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2}. \quad (4)$$

Po úpravě a dosazení hodnoty f_{ct} za hlavní napětí σ_1 vychází rovnice následovně

$$\tau = \sqrt{f_{ct}(f_{ct} - \sigma_x)}. \quad (5)$$

Pokud napětí τ z rovnice (2) nahradíme hodnotou z rovnice (5), tak po úpravách získáme následující rovnici:

$$M_{cr1,SV} = f_{ct} \gamma t^2 d \sqrt{1 + \frac{-\sigma_x}{f_{ct}}}. \quad (6)$$

Z rovnic (3) a (6) je zřejmé, že tahové či tlakové normálové napětí se na únosnost průřezu před vznikem trhlin projeví hodnotou $(1 - \sigma_x/f_{ct})^{1/2}$.

Vzorky byly navrženy z betonu C30/37, jehož průměrná tahová pevnost je $f_{cm} = 2.9$ MPa. Z tohoto předpokladu a rovnice (3) vychází hodnota kroutícího momentu při vzniku trhlin bez přetížení $M_{cr0,SV} = 27.4$ kNm. Při použití tlakového normálového napětí 2.8 MPa (které bylo použito při experimentech) vychází hodnota kroutícího momentu při vzniku trhliny dle rovnice (6) $M_{cr1,SV} = 38.4$ kNm.

Z provedených výpočtů je zřejmé, že by mělo dojít ke zvýšení kroutícího momentu před vznikem trhlin o 39 %. Pro ilustraci, ze vztahu (6) je zřejmé, že aby vzrostla únosnost dvounásobně, tak by normálové napětí muselo být v absolutní hodnotě trojnásobně v porovnání s tahovou pevností betonu.

2.2. Výpočet po vzniku trhlin

K výpočtu únosnosti po vzniku trhlin byl využitý postup dle ČSN EN 1992-1-1. Tento postup je poměrně obecně známý a vychází z modelu příhradové analogie, kde se kroucení průřezu převede na kroucení tenkostěnného průřezu, respektive smykové namáhání stěn tenkostěnného průřezu.

Následně se posuzují dané stěny tenkostěnného průřezu na smykové namáhání (z hlediska výztuže třminky i tlačené diagonály) a minimální množství podélné výztuže v průřezu.

Vypočtená smyková únosnost je přímo úměrná kotangentě úhlu smykové trhliny, která je v daném předpisu volitelná bez daných doporučení. Hodnotu $\cot(\theta)$ je možné volit

v rozmezí 1.0 ($\theta = 45^\circ$) až 2.5 ($\theta \approx 22^\circ$). Z tohoto plyne, že je pouze na samotném autorovi výpočtu, jaký úhel zvolí. Volba příznivějšího úhlu pro návrh smykové výztuže s sebou nese negativní důsledky při posouzení podélné výztuže a výpočtu únosnosti tlačené diagonály.

Pro vzorky z obrázku 1 byly vypočteny únosnosti při uvažování charakteristické hodnoty pevnosti výztuže ($f_{yk} = 500$ MPa) namísto návrhové hodnoty pevnosti výztuže. Výpočet byl proveden pro dva uvažované sklony smykové trhliny a to $\cot(\theta) = 1$ a $\cot(\theta) = 2.5$. Výsledky jsou v tabulce 1.

Tabulka 1: Charakteristické únosnosti vzorků dle EC 1992-1-1

| Vzorky | $\cot(\theta)$ [-] | $T_{R,k}$ (třminky) [kNm] | $T_{R,k}$ (podél.) [kNm] |
|--------|-----------------------|------------------------------|-----------------------------|
| A | 1 | 43.9 | 186.9 |
| | 2.5 | 109.8 | 74.8 |
| B | 1 | 43.9 | 65.3 |
| | 2.5 | 109.8 | 26.1 |
| C | 1 | 19.5 | 186.9 |
| | 2.5 | 48.8 | 74.8 |
| D | 1 | 19.5 | 65.3 |
| | 2.5 | 48.8 | 26.1 |

3. EXPERIMENTY

3.1. Popis experimentů

Samotné vzorky o rozměrech 600x250x2000 byly zkoušeny na zkušebním zařízení na obrázku 2. Vzorek je uchycený v ocelových přípravcích, na které je nahoře připojena dvojice 20 t lisů, které jsou řízeny synchronně. Dole je vzorek uchycen pevně. U vzorků s přítlakem byl navíc použitý shora 50 t lis, který byl nastaven konstantně na hodnotu 42 t (přítlak 2.8 MPa).

Lisy byly v průběhu zkoušky řízeny deformací. Potenciometry byl sledován posun na horní i dolní hraně vzorku ve směru kolmo na delší stranu průřezu. Z deformací potenciometrů bylo dále vypočítáno pootočení.



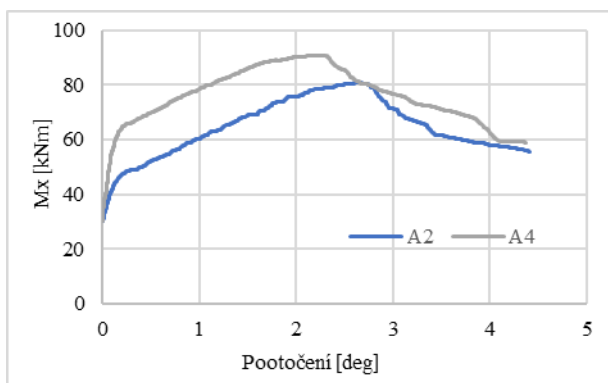
Obrázek 2: Zkoušení vzorku s přítlakem

Od každého typu vzorků (A-D) bylo vyrobeno celkem 6 kusů. Tři vzorky byly vždy zkoušeny bez přítlaku, čistě zkroucené a další tři vzorky byly zkoušeny s použitím přítlaku 2.8 MPa.

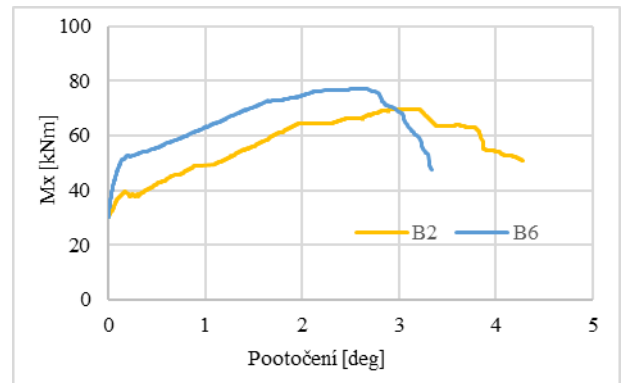
3.2. Výsledky experimentů

Experimenty byly provedeny až do zničení jednotlivých vzorků. Na obrázcích 3 až 6 jsou vyneseny průběhy experimentů, konkrétně krouticí moment na svislé ose a zkroucení (na vzdálenost mezi snímači, tedy cca 1.8 m), které bylo vypočteno, na vodorovné ose. Z důvodu různých posunů vlivem dotlačení jsou grafy zarovnány a zobrazeny až od hodnoty krouticího momentu 30 kNm.

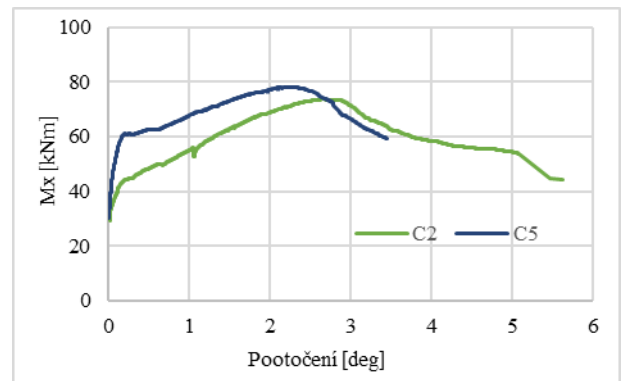
Z každé skupiny vzorků byly vybrány průběhy jednoho ze vzorků bez přítlaku (1-3) a s přítlakem (4-6).



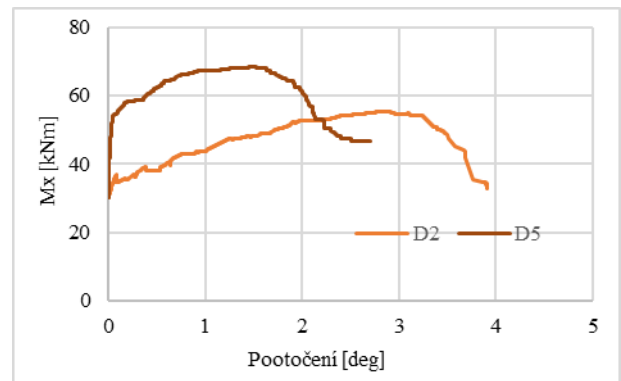
Obrázek 3: Závislost krouticího momentu a pootočení – vzorky A



Obrázek 4: Závislost krouticího momentu a pootočení – vzorky B



Obrázek 5: Závislost krouticího momentu a pootočení – vzorky C



Obrázek 6: Závislost krouticího momentu a pootočení – vzorky D

Z většiny grafů je viditelné, že začátek změny sklonu, tedy okamžik, kdy dochází k prvním trhlinám, je u vzorků bez přítlaku zhruba okolo hodnot krouticího momentu 30-40 kNm. U vzorků s přítlakem se tento krouticí moment pohybuje okolo hodnot 50-60 kNm.

Obecně je na všech obrázcích 3 až 6 viditelné, že maximální hodnota krouticího momentu byla u vzorků bez přítlaku dosažena při větší deformaci než u vzorků s přítlakem. Dále je taky zřejmé, že hodnoty krouticího momentu po dosažení svého maxima klesají rychleji u vzorků B a D, což jsou prvky s menším množstvím podélné výztuže. Naopak u prvků s větším množstvím podélné výztuže je pokles pozvolnější. Je zřejmé, že tato vlastnost platí pro experimenty bez přítlaku i s přítlakem.

Číselné výsledky jsou v tabulce 2. Jsou zde průměrné hodnoty maximálních kroutících momentů pro jednotlivé typy vzorků, jejich směrodatná odchylka a variační koeficient. V posledním sloupci je vždy vypočten poměr průměrného maximálního kroutícího momentu prvků s přitížením a bez přitížení.

Tabulka 2: Maximální ohybové momenty jednotlivých typů vzorků

| Vzorky | Přítlak [MPa] | $M_{max,prům}$ [kNm] | $M_{max,σ}$ [kNm] | Vari- ační k. [%] | Poměr |
|--------|---------------|----------------------|-------------------|-------------------------|-------|
| A | 0 | 80.6 | 1.5 | 1.9 | 1.13 |
| | -2.8 | 91.2 | 0.4 | 0.5 | |
| B | 0 | 68.9 | 0.6 | 0.8 | 1.19 |
| | -2.8 | 82.0 | 4.8 | 5.9 | |
| C | 0 | 73.7 | 0.3 | 0.4 | 1.06 |
| | -2.8 | 78.0 | 0.2 | 0.3 | |
| D | 0 | 56.4 | 2.8 | 5.0 | 1.22 |
| | -2.8 | 68.5 | 1.4 | 2.0 | |

Z tabulky 2 je zřejmé, že největšího maximálního kroutícího momentu bylo dosaženo u nejvíce vyztužených vzorků A, a to 80.6 kNm bez přítlaku a 91.2 kNm s přítlakem. Únosnost vzorků B a C byla podobná, bez přitížení ale měl větší únosnost vzorek C (73.7 kNm oproti 68.9 kNm) a s přitížením vzorek B (82.0 kNm oproti 78.0 kNm). Vzorek D měl únosnost bez přitížení 56.4 kNm a s přitížením 68.5 kNm.

Přitížení bylo neúčinnější u vzorku D, vedlo k zvýšení únosnosti o 22 %. Naopak nejmenší přínos mělo přitížení u vzorků C, kdy byla zvýšena únosnost o 6 %. U vzorků typu B byla únosnost zvýšena o 19 % a u vzorků typu A o 13 %.

4. DISKUZE VÝSLEDKŮ EXPERIMENTŮ A POROVNÁNÍ S VÝPOČTY

4.1. Únosnost před vznikem trhlin

Z grafů na obrázcích 3 až 6 jsou viditelné lineární části grafů a následně dochází ke změně sklonu křivek, kdy je průřez oslabován trhlinami. Tento jev u prvků bez přítlaku nastává zhruba na hodnotách 30-40 kNm a u prvků s přítlakem 50-60 kNm. Pro další výpočty budou uvažovány hodnoty uprostřed těchto intervalů.

Při dosažení hodnoty 35 kNm do rovnice (3), vychází tahové napětí cca 3.7 MPa. Při dosažení této hodnoty do rovnice (6) a uvažování přitížení 2.8 MPa (dle provedených experimentů) vychází kroutící moment 46.3 kNm. Je zřejmé, že tato hodnota je nižší než hodnota skutečného kroutícího momentu, při kterém docházelo ke změně sklonu přitížených prvků.

Tyto hodnoty sice plně nekorespondují s uvažovanou lineárně pružnou teorií, je ale nutné vzít potaz provedená zjednodušení. Hodnoty kroutících momentů při vzniku trhliny byly odhadnuty z grafů a byl uvažován střed rozpětí. Dále je také nutné počítat s tím, že hodnota tahové pevnosti betonu je značně proměnlivá hodnota, která se od svého průměru může

velmi lišit. Navíc, pro zjednodušení byla při víceosé napjatosti uvažována stále stejná hodnota průměrné pevnosti v tahu. Existují však i pružno-plastické modely betonu, které udávají vyšší hodnotu pevnosti v tahu při menších tlakových hodnotách ve směru druhého hlavního napětí.

4.2. Únosnost po vzniku trhlin

Dle očekávání bylo dosaženo největší únosnosti u vzorků A a nejmenší únosnosti u vzorků typu D, což koresponduje s vyztužením. Vzorky typu B a C měly podobné výsledky, jejich únosnost byla přibližně 89 % vzorků typu A.

Obecně se ukázalo, že u vzorků s menším podélným vyztužením byl přítlak efektivnější (viz tabulka 3). S největší pravděpodobností to bude tím, že menší množství podélné výztuže bylo pro tyto dva druhy vzorků významným faktorem při dosažení únosnosti. V tabulce 3 je také viditelné, že u vzorku C měl přítlak nejmenší vliv. To je zřejmě způsobeno tím, že je zde nejvíce podélné výztuže vzhledem k množství třmínek (v porovnání s ostatními prvky). Velmi pravděpodobně byly třmínky rozhodujícím prvkem s minimálním vlivem podélné výztuže, a proto je přínos tlakové síly nejmenší.

Z tabulky 1 je také zřejmé, že únosnost vzorku D a C (při volbě $\cot(\theta) = 1$) a B (při volbě $\cot(\theta) = 2.5$) vychází únosnost dokonce menší, než je únosnost průřezu před vznikem trhliny. Tato skutečnost se ani u jednoho ze vzorků nepotvrdila.

Tabulka Tab3: Nárůst maximálního ohybového momentu s ohledem na vyztužení

| Třmínky | Podélná výztuž [%] | |
|-----------|--------------------|----------|
| | 2.0 | 0.7 |
| Ø12 à 200 | 1.13 (A) | 1.19 (B) |
| Ø8 à 200 | 1.06 (C) | 1.22 (D) |

Při porovnání výsledků experimentů s únosnostmi vypočtenými v tabulce 1 je zřejmé, že únosnost z experimentů byla vždy vyšší než vypočtená. U méně vyztužených vzorků byl rozdíl větší než u vzorků s větším množstvím výztuže. Například při uvažování vzorků C a volbě úhlu $\theta = 45^\circ$, což poměrně dobře vystihuje realitu, je ale vypočtená únosnost přibližně čtvrtinová oproti skutečné únosnosti. Naopak u vzorků typu A volbě úhlu $\theta = 22^\circ$ vychází vypočtená únosnost podobně skutečné únosnosti.

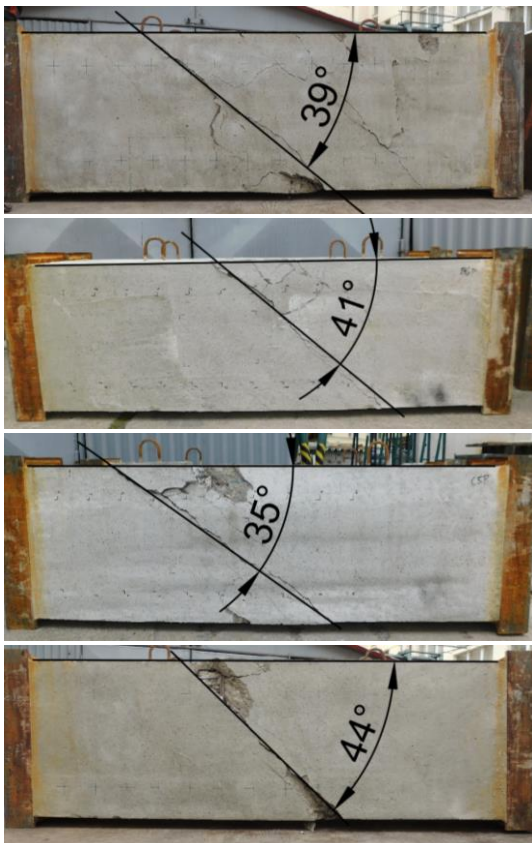
V tabulce 1 jsou ale vidět značné rozdíly výsledků při volbě úhlu smykové trhliny, zejména u vzorků C, kde dle výpočtu, o únosnosti nerozhoduje podélná výztuž. Tento efekt se částečně potvrdil i tím, že únosnost tohoto vzorku vzrostla nejméně při použití tlakové síly.

4.3. Úhel smykové trhliny

V provedených experimentech byl v naprosté většině případů úhel smykové trhliny θ mezi 35° a 45° , bez zásadního vlivu přítlaku (viz obrázek 7). Jak bylo uvedeno v předešlých kapitolách, úhel smykové trhliny je pro vypočtenou únosnost průřezů velmi zásadní. Je možné, že přítlak 2.8 MPa byl malý a

při větším přitlaku by docházelo k větší změně úhlu smykové trhliny.

Při samotném kroucení je volba příliš malého úhlu smykové trhliny zohledněna následným nepříznivým vlivem při posouzení podélné výztuže. Problém však může nastat při posouzení interakce posouvající síly a kroutícího momentu, kdy se volí stejná hodnota sklonu smykové trhliny a tyto vlivy se posuzují současně. Při uvažování malé hodnoty úhlu smykové trhliny může totiž dojít k nadhodnocení smykové únosnosti průřezu v situaci, kdy průřez vyhoví v kroucení. Je totiž velmi pravděpodobné, že úhel smykové trhliny bude nabývat hodnoty okolo 40° .



Obrázek 7: Smykové trhliny u vybraných vzorků: (shora) A3, B6, C5, D5

5. ZÁVĚR

V rámci experimentů byla ověřena celková únosnost v kroucení bez normálové síly i s normálovou silou. Ukázalo se, že výsledná únosnost byla normálovou silou zvýšena o 6-20 %. Dále je zřejmé, že u prvků s menším množstvím podélné výztuže měla normálová síla větší vliv. Únosnosti prvků bez přitížení byly u všech prvků větší, než byla únosnost vypočtená dle aktuálně platných předpisů.

Z hlediska únosnosti průřezu před vznikem trhliny bylo potvrzeno, že přitlak také zvýšil kroutící moment přenesený celistvým průřezem. Přínos přitlaku byl vyšší, než se předpokládalo, což mohlo být způsobeno např. uvažováním stále stejné pevnosti betonu v tahu při víceosé napjatosti.

Sklon smykové trhliny je jedním ze zásadních parametrů při návrhu krouceného průřezu, či průřezu namáhaného smykem. Aktuálně platné předpisy sice umožňují volbu tohoto

úhlu v rozmezí 22° - 45° , nicméně v rámci experimentů se ukázalo, že smyková trhlina byla v rozmezí 35° - 45° . Při použití sklonu trhliny v dovoleném rozmezí může dojít k výpočtu vyšší únosnosti, z důvodu volby příznivějšího úhlu smykové trhliny.

PODĚKOVÁNÍ

Výpočty, příprava experimentů a samotné experimenty byly provedeny díky podpoře TAČR projektu CESTI (č. TE01020168).

Reference

Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. (2011), *ČSN EN 1992-1-1 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*, Praha.