

# DYNAMICKÁ ANALÝZA LÁVKY KRÁTKÉHO ROZPĚTÍ Z UHPC

Marek Potřebuješ, \*

Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební,  
České vysoké učení technické v Praze, Thákurova 7/2077, 166 29 Praha 6, Česká republika.  
marek.potrebujes@fsv.cvut.cz

## ABSTRAKT

Článek se zabývá podrobnou dynamickou analýzou lávky krátkého rozpětí z UHPC. Příspěvek navazuje na diplomovou práci autora, která je zaměřena na rekonstrukci stávající lávky a návrhí nového stavu přemostění Mlýnského potoka v Olomouci.

Dynamická analýza zahrnuje výpočet vlastních tvarů a frekvencí konstrukce, určení odhadu tlumení konstrukce a volbu vhodného modelu dynamického zatížení chodci. Dynamické modely zatížení jsou uvažovány harmonickým zatížením v programu Scia Engineer dle JRC, Design of Lightweight Bridges for Human Induced Vibrations. Cílem posouzení je prokázat spolehlivost konstrukce pro běžné zatěžovací stavy dle platných evropských norem na zatížení chodci a vandalismem.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Lávka pro pěší • UHPC • Dynamická analýza • Předpjatý beton

## ABSTRACT

The article deals with a detailed dynamic analysis of a short-span footbridge made from the UHPC (Ultra-High Performance Concrete). The article follows up on the author's diploma thesis, which focused on reconstruction of already existing footbridge and design of a new footbridge across „Mlýnský potok“ in Olomouc.

Dynamic analysis includes the calculation of natural shapes and frequencies of the construction, determination of the estimate damping ratio of the structures and a selection of an ideal model type suitable for dynamic pedestrian load. Dynamic load models are considered by harmonic load in Scia Engineer according to JRC, Design of Lightweight Bridges for Human Induced Vibrations. The aim of the assessment is to prove the usability of the construction for common loading conditions according to the European standards for pedestrian loads and vandalism.

## KEYWORDS

Footbridge • UHPC • Dynamic analysis • Prestressed concrete

## 1. ÚVOD

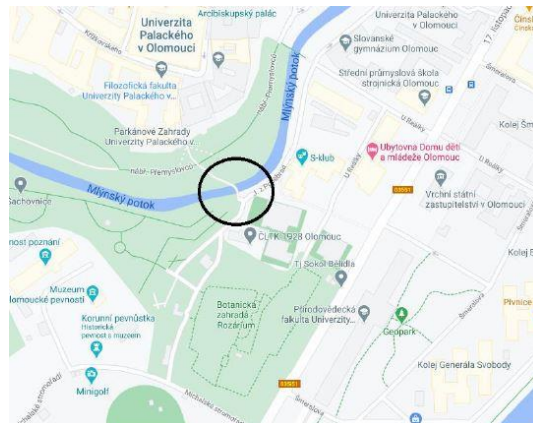
Ultra high performance concrete (UHPC) se v dnešní době uplatňuje čím dál více, např. na konstrukce lávek pro pěší. Použitím tohoto materiálu lze docílit velmi elegantního řešení,

zvláště ve štíhlosti konstrukčních prvků. Ztenčení konstrukčních prvků však vede nejen ke snížení ohybové tuhosti konstrukce, ale zároveň jsou tyto prvky citlivější z hlediska dynamického působení.

Cílem práce bylo stanovení dynamických charakteristik lávky krátkého rozpětí a následná podrobná dynamická analýza lávky. Výpočet byl proveden na dvou výpočetních modelech, a to na prutovém a deskostěnovém modelu.

## 2. POPIS KONSTRUKCE

Navržená lávka se nachází v Olomouci, slouží k převedení stezky pro pěší z Bezručových sadů k areálu tenisových kurtů a přemostňuje Mlýnský potok, který protéká centrem Olomouce a ústí do řeky Moravy.

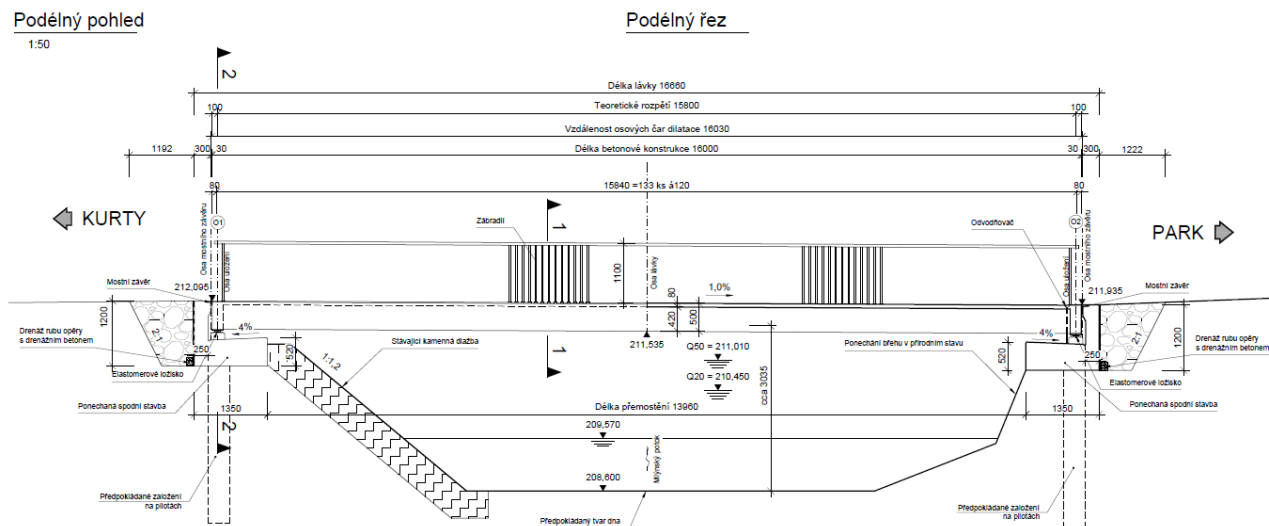


Obrázek 1 Situace stavby

Konstrukce je navržena jako trámová kolmá betonová lávka o jednom poli s rozpětím 16,0 m. Nosná konstrukce je v příčném řezu tvořena 4-mi nosníky obdélníkového tvaru výšky 420 mm a šířky 150 mm. Tloušťka desky a zároveň mostovky je 80 mm. Povrch mostovky je zdrsňen matricí do bednění. Celková konstrukční výška je 500 mm. Volná průchozí šířka je navržena 2,0 m. Výška zabradlí je 1,1 m. Nepředpokládá se provoz cyklistů na lávce. Konstrukce je uložena na elastomerových ložiskách. Spodní stavba je tvořena krajními opěrami tvořenými nízkými prahy tloušťky cca 400 – 450 mm. Prahy jsou osazeny do svahů bez křidel. Spodní stavba je založena na beraněných železobetonových pilotách, které jsou vetknuty do základu spodní stavby.

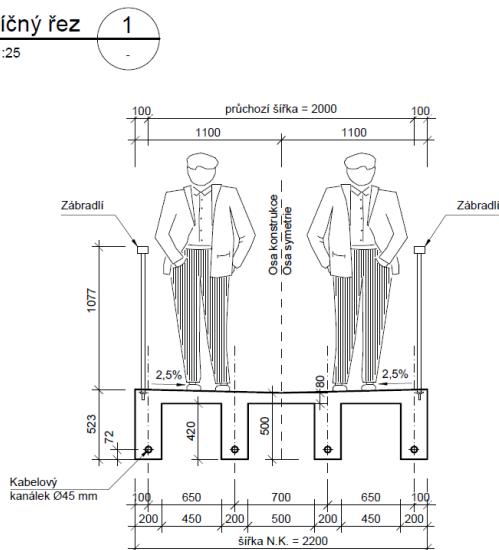
\* Školitel: prof. Ing. Jan L. Vitek, CSc, FEng.

Podélný pohled  
1:50



Obrázek 2 Podélný pohled a řez

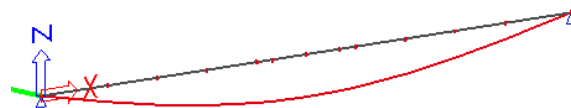
Příčný řez  
1:25



Obrázek 3 Příčný řez

Tabulka 1 Vlastní frekvence lávky na prutovém modelu

Číslo vlastní frekvence	Vlastní frekvence [Hz]		Popis vlastního tvaru
	vypočtené pro stálé	vypočtené pro rozložení hmot stálé spolu s chodci	
1	4,27	4,07	první ohybový tvar
2	17,02	16,21	druhý ohybový tvar



Obrázek 4 První vlastní tvar kmitání na prutovém modelu

### 3. ZÁKLADNÍ VSTUPNÍ INFORMACE

#### 3.1. Vlastní frekvence a tvary konstrukce

Výpočet vlastních frekvencí byl proveden v softwaru Scia Engineer 20.0. Byly použity dva výpočetní modely, prutový model a deskostěnový model. Poté byly výsledky ověřeny a porovnány. Vlastní tvary a jim odpovídající vlastní frekvence byly vypočteny na modelu bez zatížení chodci a poté na modelu zatíženým chodci modelovaným jako spojité zatížení. Zatížení odpovídá velikosti  $700 \text{ Nm}^{-2}$  na celé ploše lávky. Rovnoměrné zatížení simuluje zatížení chodci a odpovídá přibližně hmotnosti jedné osoby na metr čtvereční.

V Tabulka 1 jsou uvedeny vypočtené vlastní frekvence na prutovém modelu lávky. Nejnižší a zároveň kritická frekvence lávky odpovídá hodnotě 4,27 Hz. Na Obrázek 4 je zobrazen první vlastní tvar kmitání lávky na prutovém modelu.

V Tabulka 2 jsou uvedeny vypočtené vlastní frekvence na deskostěnovém modelu lávky. Nejnižší a zároveň kritická frekvence lávky odpovídá hodnotě 4,25 Hz. Na Obrázek 5 je zobrazen první vlastní tvar kmitání lávky na deskostěnovém modelu.

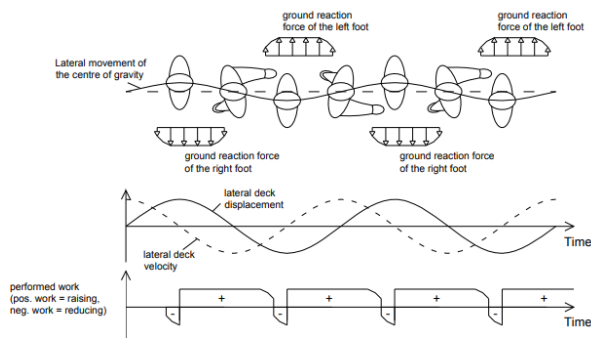
Tabulka 2 Vlastní frekvence lávky na deskostěnovém modelu

Číslo vlastní frekvence	Vlastní frekvence [Hz]		Popis vlastního tvaru
	vypočtené pro stálé	vypočtené pro rozložení hmot stálé spolu s chodci	
1	4,25	4,03	první ohybový tvar
2	11,91	11,48	kroucení v příčném směru a vodorovný ohyb
3	16,64	15,77	druhý ohybový tvar



velikosti síly vyvozená jedním chodcem. Ta slouží pro dynamickou analýzu konstrukce.

Při chůzi může nastat jev, kdy se člověk pohybuje též do strany, který se také nazývá „námořnické chůze“. Těžiště se v tomto případě nepohybuje pouze ve svislém směru, ale také do stran, kdy se hmota člověka přesouvá z jedné nohy na druhou. Celý tento jev synchronizace chodce s lávkou kmitající v příčném směru může způsobit efekt „lock-in“. Schéma účinků „námořnická chůze“ je zobrazen na *Obrázek 8*.



Obrázek 8 Schéma účinků „námořnické chůze“ dle JRC

Riziko vzniku efektu „lock-in“ je ověřeno podle hodnot vodorovného zrychlení při harmonickém zatížení chodců. Pokud hodnota vodorovného zrychlení nepřekročí hodnotu  $0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ , lze vyloučit vznik efektu „lock-in“.

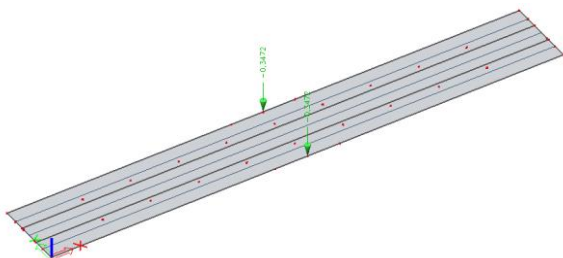
V neposlední řadě je nutné posoudit lávku z hlediska působení vandalů, kdy se osoba nebo skupina osob snaží úmyslně rozkmitat lávku. Výpočet harmonického zatížení je obdobný jako v předchozím případě. Tíha jednoho člověka se uvažuje  $700 \text{ N}$ . Při svislém zrychlení  $\frac{1}{2}g$  se pohyb stává nemožným, proto lze snížit hodnotu potřebnou k vybudení na polovinu. Harmonické zatížení je uvažováno následovně:

$$p(t) = P \cdot \cos(2\pi f_s t) \cdot n' \cdot \psi \quad [N \cdot m^{-2}] \quad (3)$$

V následující *Tabulka 4* je shrnutí vstupních parametrů pro určení harmonického zatížení od vandalů.

Tabulka 4 Parametry pro zatížení vandalů

P [N]	f [Hz]	$\xi$ [%]	n [os.m <sup>-2</sup> ]	n'	$\psi$	p(t) [N.m <sup>-2</sup> ]
350	4,25	0,5	10	1	1	347,2



Obrázek 9 Zatížení lávky od vandalů

Zatížení lávky od vandalů je vymodelováno pomocí harmonických sil umístěných uprostřed rozpětí na kraji desky. Následně je vygenerována hmota uprostřed rozpětí na kraji desky, která odpovídá velikosti síly vyvozená jedním vandalem. Ta slouží pro dynamickou analýzu konstrukce.

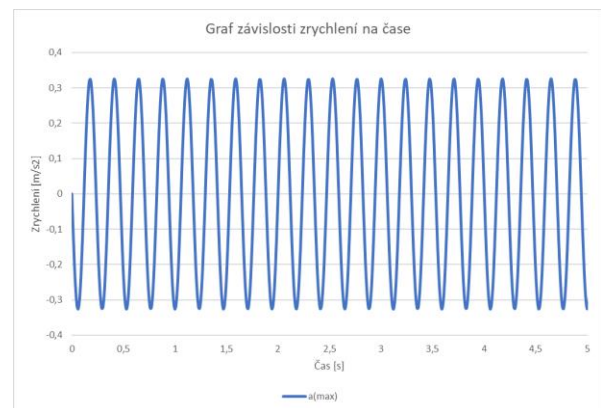
## 4. VÝSLEDKY DYNAMICKÉ ANALÝZY

### 4.1. Dynamická odezva lávky

Podrobnou dynamickou analýzou byly vypočteny maximální průhyby uprostřed rozpětí lávky. Výpočet zrychlení od zatížení chodce se určí z následujícího vzorce.

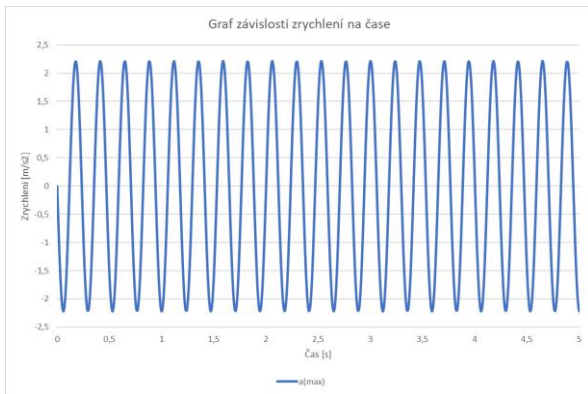
$$a_v = \omega^2 \cdot u_z \quad [m \cdot s^{-2}] \quad (4)$$

Vypočtený svislý průhyb od zatížení chodců je  $u_z = 0,458 \text{ mm}$ . Následně je vypočtena amplituda zrychlení ve svislém směru, kdy maximální hodnota je rovna  $a_v = 0,326 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Na *Graf 1* je znázorněna amplituda zrychlení v čase. Z grafu lze odečíst, že perioda je přibližně  $0,25 \text{ s}$ . Vodorovné zrychlení způsobené příčným kmitáním je rovno  $a_h = 0,0006 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Vypočtený vodorovný průhyb od příčného kmitání je  $u_y = 0,008 \text{ mm}$ . Frekvence pro vodorovné kmitání je rovna  $11,91 \text{ Hz}$ .



Graf 1 Graf závislosti zrychlení na čase od zatížení chodci

Výpočtený svislý průhyb od zatížení vandalů je  $u_z = 3,114 \text{ mm}$ . Následně je vypočtena amplituda zrychlení, kdy maximální hodnota je rovna  $a_v = 2,218 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Na *Graf 2* je znázorněna amplituda zrychlení v čase. Z grafu lze odečíst, že perioda je přibližně  $0,25 \text{ s}$ .



Graf 2 Graf závislosti zrychlení na čase od zatížení vandaly

#### 4.2. Posouzení

Porovnáním maximálního zrychlení vyvolaného 10-ti chodci, které činí  $a_v = 0,326 \text{ m.s}^{-2}$ , odpovídá podle normy třídy pohody chodců na „vysoká“. Svislé zrychlení je menší než  $0,50 \text{ m.s}^{-2}$ , které je limitní hodnotou pro vysokou třídu pohody chodců.

Hodnota vodorovného zrychlení způsobeného svislým kmitáním chodci je velmi nízká, činí zrychlení o velikosti  $0,0006 \text{ m.s}^{-2}$ . Tato hodnota splňuje podmínku pro vyloučení rizika vzniku efektu „lock-in“.

U zatížení vandaly vychází zrychlení kolem  $2,2 \text{ m.s}^{-2}$ , které odpovídá podle normy tříd pohody chodců „nízká“. Avšak pro tento stav by museli vandalové rozkmitat lávku v periodě přibližně  $0,25 \text{ s}$  a zároveň by museli synchronizovat pohyb. Je tedy velice nepravděpodobné, že se tento stav vyskytne na lávce. Konstrukce se musí dále posoudit pro nevratné deformace konstrukce a na mezní stav únosnosti od dynamického zatížení.

### 5. ZÁVĚR

Článek navazuje na autorovu diplomovou práci, která se věnuje variantnímu řešení lávky krátkého rozpětí z UHPC v Olomouci, a věnuje se podrobné dynamické analýze lávky.

Přestože se jedná o lávku krátkého rozpětí, nosná konstrukce je subtilní a je zde riziko, že lávka bude citlivá na dynamické buzení od zatížení chodců. První část výpočtu je věnována určení vlastní frekvence a tvarům kmitání lávky. Pro deskostěnový model byl vytvořen zjednodušený prutový model na ověření správnosti modelu konstrukce. Z výsledků bylo zřejmé, že se lávka nachází v kritickém intervalu svislých konstrukcí pro první ohybový tvar lávky. Následně byl určen odhad tlumení konstrukce pro zvolený materiál lávky. Dynamické modely zatížení byly uvažovány harmonickým rovnoměrným zatížením, kde byl uplatněn vzorec z ČSN EN 1991-2 Změna Z4. Vyšetřovány byly dva stavy, běžný provoz na lávce při obsazenosti přibližně třetiny plochy lávky a mimořádná situace při úmyslném rozkmitání lávky. Dále bylo ověřeno vyloučení rizika vzniku efektu „lock-in“ zda nedochází k synchronizaci zatížení od chodců s vodorovným kmitáním konstrukce.

Výpočet prokázal bezpečnost konstrukce pro běžný stav, který se může vyskytnout na lávce a odpovídá vysoké třídě

pohody chodců. Za zmínku stojí pouze úmyslné rozkmitání lávky vandaly, kdy vychází zrychlení lávky kolem  $2,2 \text{ m.s}^{-2}$ . Pro tento stav by však museli vandalové synchronizovat pohyb za velmi krátké periody, proto je vybudování takového zrychlení velmi nepravděpodobné.

### PODĚKOVÁNÍ

Poděkování patří Ing. arch. Ing Františku Denkovi, PhD. za konzultace a užitečné rady a pomoc při vypracování této práce.

### Reference

- JRC, 2009, Design of Lightweight Bridges for Human Induced Vibrations
- ČSN EN 1991-2ed.2; ČSN EN 1991-2 Změna Z4
- Potrebuješ, M. (2021) *Lávka pro pěší z UHPC přes Mlýnský potok v Olomouci* (Diplomová práce, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební)