

# SKOŘEPINA BETONOVANÁ DO PLETENÉ MEMBRÁNY

Martin Salák, \*

Department of Concrete and Masonry Structures, Faculty of Civil Engineering,  
Czech Technical University in Prague, Thakurova 7/2077, 166 29 Prague 6, Czech Republic.  
martin.salak@fsv.cvut.cz

## ABSTRAKT

Článek popisuje užití pleteného membránového bednění jako levnější a ekologičtější variantu ke klasickým technologiím. Popisuje rozdíly mezi použitím rovinné pleteniny a strojově upletené 3D nerovinné varianty.

Dále se článek zabývá postupem návrhu. Popisuje, jaký má volba tuhosti vlákna a pletacího vzoru vliv na tvar vypnuté konstrukce, a limity této metody. Zaměřuje se i na specifika návrhu tenkých betonových skořepin.

Závěrem je v článku popsán pokus v malém měřítku, jenž se snaží popsat různé možnosti tvorby pleteného bednění ztuženého tenkou vrstvou cementové směsi.

## KLÍČOVÁ SLOVA

pletené bednění • dvojité zakřivené konstrukce • skořepina • beton • membrána

## ABSTRACT

In this article, the use of a knitted membrane as a formwork for doubly curved surfaces is explored as a cost-effective and environmentally friendly alternative to traditional techniques. The differences between a flat membrane stretched to a non-flat final shape and a machine-made 3D non-developable surface are discussed in detail.

Additionally, the paper outlines the design process, which involves selecting the appropriate thread and knitting pattern for the knitted membrane based on the final structure's shape, as well as the design of a thin concrete spatial shell.

Finally, small-scale models are presented as proof of concept for this approach. These models include a flat sheet of knitted fabric and a hand-knitted non-developable piece of fabric, both reinforced with a cement mixture to achieve the required bearing capacity and withstand the weight of fresh concrete mixture without significant deformation.

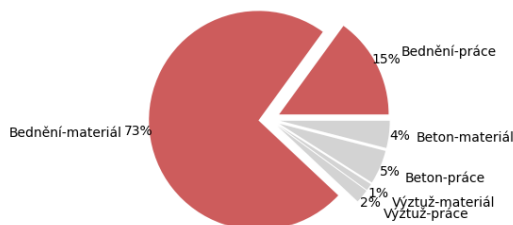
## KEYWORDS

concrete • knitted formwork • thin shell • membrane • double curvature

## 1. ÚVOD

Beton je nejpoužívanější stavební materiál na světě. "Tekutá" směs může být tvarována do téměř libovolného tvaru. Tím pádem je možné dosáhnout nejen vysokých architektonických kvalit, ale i

těch strukturálních, kdy dobrou alokací materiálu na základě působícího zatížení lze dosáhnout subtilnějších, efektivnějších konstrukcí. Jak je však vidět na obrázku 1, největší náklady pro složitěji tvarované konstrukce s sebou nese výstavba, a to především materiál a práce spojená s bedněním. (Schipper & Grünwald 2014)



Obr. 1: Rozložení nákladů na dvojité zakřiveném betonovém prvku

Samotné bednění s prací spojenou s jeho výstavbou může tvořit přes 80% nákladů na výstavbu dvojité zakřivených prvků. Obvyklý postup výstavby takovéto konstrukce je využití strojově obráběného polystyrenu. Takové řešení je však velmi drahé, zdlouhavé a vytváří značné množství odpadu.

### 1.1. Složitost tvaru

K popsání složitosti tvaru nám může sloužit Gaussova křivost. Ta je rovna násobku křivosti ve dvou hlavních směrech. Pokud je rovna 0, může se jednat o rovinu nebo například tvar klenby. Ta je křivá pouze v jednom směru a ve druhém je rovná. Klenba je relativně jednoduchý tvar, lze například vytvarovat pouhým ohnutím papíru.

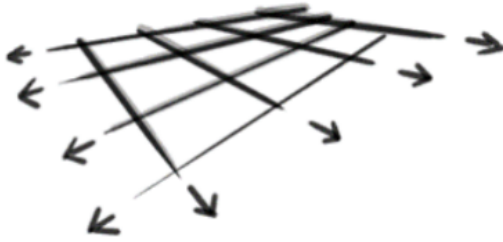
Dále máme kopule jenž mají Gaussovu křivost kladnou. Poslední variantou je záporná Gaussova křivost, jež značí křivost opačných znamének v hlavních směrech. Jako příklad lze uvést tvar sedla (parabolický hyperboloid).

### 1.2. Membránové bednění

Jak bylo zmíněno, dvojité zakřivené konstrukce jsou nejnáročnějšími na pracnost. Naštěstí, pro konstrukce se zápornou Gaussovou křivostí můžeme využít membrány. Ty musejí být předepnuty ve dvou směrech působících proti sobě (viz obrázek 2), aby získaly tvarovou stálost.

Vypnout membránu do požadovaného tvaru je náročný proces. Tvorba složitějšího tvaru může vyžadovat velký počet předpínacích lan a zdlouhavý iterační proces. Musí být brán v potaz

\* Supervisor: prof. Ing. Petr Štemberk, Ph.D., D.Eng.



Obr. 2: Vypnutí membrány

nejen účinek jednotlivých kabelů na sebe navzájem, ale i následné zatížení betonovou směsí.

### 1.3. Pletené bednění

Membrána může být vyrobena z různých materiálů, pletenina však nabízí nespočet výhod vyplývajících nejen z možností strojového pletení:

- Vysoká míra elasticity dovoluje užití rovinné membrány i pro složitější tvary
- Lze uplést přímo do daného 3D nerovinného tvaru
- Dovoluje upletení kapes či kanálků pro předpínací kabely
- Vysoká variabilita vláken pro pletení ovlivňující výslednou tuhost

## 2. METODY NÁVRHU

Tato kapitola popisuje možnosti a překážky v postupu návrhu skořepiny betonované do pleteného bednění.

### 2.1. Volba pleteniny

Postup návrhu se odvíjí od toho, zda pletenina bude rovná, nebo již upletená v určitém tvaru.

#### 2.1.1. Rovná pletenina

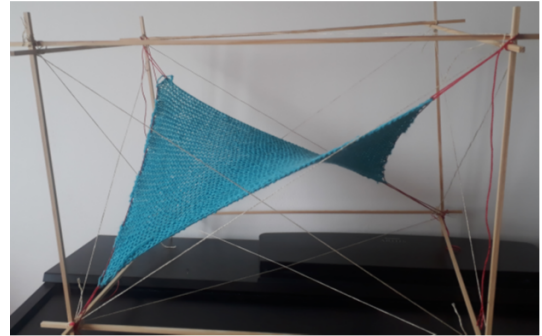
Jednodušší z variant je použití rovinné pleteniny. Ta lze, díky její pružnosti, vypnout do požadovaného tvaru. Na obrázku 3 je znázorněna rovinná pletenina přibližných rozměrů 10x10 cm vypnutá do tvaru hyperbolického paraboloidu. Ne všechny látky nebo pleteniny je možné vypnout do takového, dvojité zakřiveného tvaru. Podle jejich tuhosti v tahu se buď roztáhnou do požadovaného tvaru, nebo se zkrabatí. Pro složitější tvary je pak nutné sešívát části dohromady.

#### 2.1.2. 3D pletenina

Na pletacím stroji lze uplést nerovinný tvar, který bude přirozeně zaujímat předem daný tvar. Lze tak vytvořit složitější tvary než s rovinnou pleteninou bez nutnosti sešívání. Zároveň je možné uplést vícevrstvou pleteninu, dovolující umístění například kanálků pro předpínací kabely, a tím zmenšit jejich počet a celkově snížit obtížnost provádění.

Na obrázku 4 je ručně pletená pletenina. I bez předpětí, sama od sebe zaujímá tvar podobný sedlu, tvar který nelze vytvarovat z rovné látky, aniž by se natahovala či zkrabatila.

Ač je 3D pletenina lákavým a v mnoha případech velmi zjednodušujícím pomocníkem, provází ji také mnoho překážek. I když jde



Obr. 3: Rovinná pletenina vypnutá do nerovinného tvaru



Obr. 4: Ručně pletená 3D pletenina

uplést prakticky jakýkoli možný tvar, tak zadání daného tvaru pletacímu stroji není plně automatizované a vyžaduje zkušeného pletáře. V současnosti se však zlepšují možnosti automatizace (Popescu 2019). Dále vyžaduje vysokou počáteční investici, profesionální pletací stroj schopný využít výše popsané možnosti stojí v řádech jednotek milionů korun.

Proto se zbytek článku věnuje především rovinným pleteninám.

### 2.2. Membrána

Ať už se jedná o rovinnou či 3D tvarovanou pleteninu, je třeba navrhnout předpínací síly v kabelech formujících předpětí pleteniny a její případnou deformaci po zatížení betonovou vrstvou.

K zjištění finálního tvaru předpjeté, případně i zatížené membrány lze využít dostupného softwaru. Mezi běžně používané lze zařadit plugin Kangaroo do prostředí Rhino (*Kangaroo documentation* n.d.) nebo například form finding addon pro Dlubal RFEM (*DLubal RFEM Form Finding* n.d.).

Postup výpočtu tvaru konstrukce lze ukázat na běžné metodě používané pro tyto účely - dynamické relaxaci. Ta přetvoří statickou úlohu na dynamickou a následně v krocích hledá rovnováhu sil na konstrukci. Finální tvar nalezneme minimalizací potenciální energie celé konstrukce. Při zavedení viskozního útlumu a diskretizaci konstrukce do bodů, lze zapsat dynamickou relaxaci následovně (Rombouts et al. 2019):

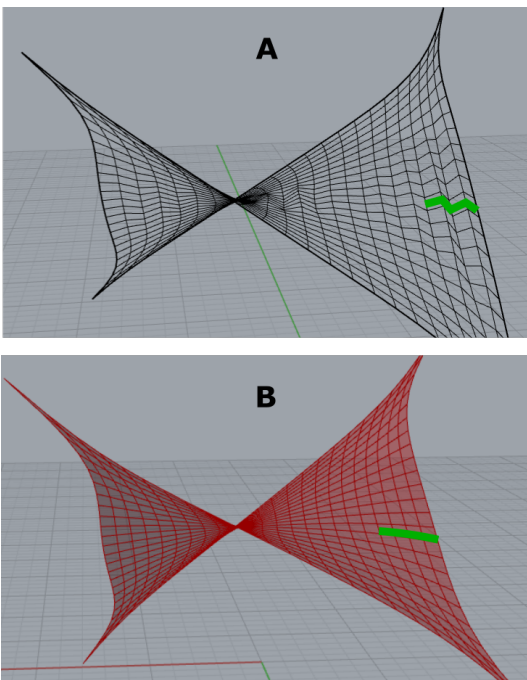
$$R_{ix}^t = M_{ix} * \dot{V}_{ix}^t + C_i * V_{ix}^t \quad (1)$$

Přičemž:

$R_{ix}^t$  je zbytková síla v bodu i, čase t a směru x  
 $M_{ix}$  je hmota působící v bodu i a směru x

$\dot{V}_{ix}^t$  je zrychlení v bodu  $i$ , čase  $t$  a směru  $x$   
 $C_i$  je faktor viskózního útlumu pro bod  $i$  ve směru  $x$   
 $V_{ix}^t$  je rychlost v bodu  $i$ , čase  $t$  a směru  $x$

Na následujícím obrázku 5 je znázorněn rozdíl mezi dvěma pleteninami. Pletenina A nemá dostatečnou tahovou kapacitu pro to, aby mohla být vypnuta do požadovaného tvaru. Na rozdíl od ní pletenina B je schopna se přetvořit natolik, že vytvoří hladký povrch požadovaného tvaru. Nelze však dosáhnout všech tvarů pomocí rovny pleteniny. Při složitějších tvarech se vždy začnou objevovat místa, která nejsou dostatečně vypnutá nebo jsou zkrabacená.



Obr. 5: Porovnání vypnutí pleteniny

### 2.3. Betonová skořepina

Vnitřní síly lze rozdělit na dvě kategorie. Ty, které působí v rovině skořepiny, a ty, které působí kolmo na její rovinu (Iskhakov & Ribakov 2015).

Prvky působící v rovině skořepiny  $F_N$ :

- Normálové síly  $N_x$  a  $N_y$
- Smyková síla  $N_{x,y}$

Prvky působící kolmo na rovinu skořepiny  $F_M$ :

- Ohybové momenty  $M_x$  a  $M_y$
- Smykové síly  $V_x$  a  $V_y$
- torzní momenty  $M_{x,y}$  a  $M_{y,x}$

A protože tuhost v rovině tenkostěnných skořepin je mnohem vyšší než tuhost ohybová, můžeme dále konstatovat, že všechny vnitřní síly budou přenášeny pouze v rovině prvku a ostatní vnitřní síly budou zanedbány:

$$F = F_N + F_M; F_M \approx 0; F_N \approx F \quad (2)$$

Předchozí úvaha však neplatí v podporách a jiných okrajových prvcích skořepiny. Tam vznikají lokální ohybové momenty a konstrukce tam je obvykle zesílena okrajovými žebry.

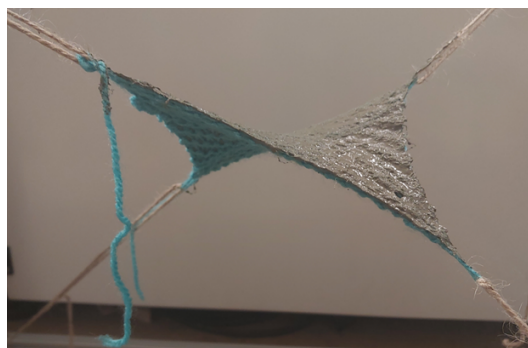
Skořepiny s negativní Gaussovou křivostí (například zmiňovaný tvar sedla) jsou konvexní v jednom směru a konkávní v druhém. Konvexní tvar ve skořepinách vyvolává tahy, zatímco konkávní tlaky. Díky tomuto prostorovému působení jsou často skořepiny velice tenké konstrukce. Poměr mezi jejich tloušťkou  $h$  a rozpětím  $l_{\min}$  často značně nedosahuje ani  $1/100$ :

$$\frac{h}{l_{\min}} \leq \frac{1}{100} \quad (3)$$

### 3. VÝSLEDKY

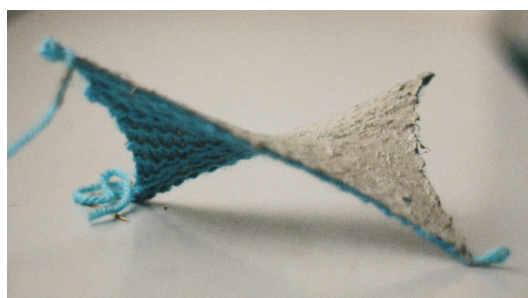
Úvodní pleteniny byly v krátkém praktickém pokusu zpevněny pomocí cementové směsi.

Rovinná pletenina byla vypnuta do tvaru sedla a následně na ní byla nanášena tenká vrstva směsi cementu s vodou v poměru  $w/c = 0.5$ . Na obrázku 6 je nanášena čerstvá vrstva cementové směsi na bedněni.



Obr. 6: Průběh aplikace cementové směsi

Tenká vrstva cementové směsi nemá za úkol sloužit jako výsledná konstrukce, ale pouze zpevnit pružnou pletenou membránu, aby nedocházelo k nadměrnému průhybu při aplikaci nosné betonové vrstvy. Hotová miniatura bedněni je na obrázku 7.



Obr. 7: Hotová miniatura rovinného pleteného bedněni ztuženého tenkou vrstvou cementové směsi

3D pletenina byla namočená do cementové směsi s vodním součinitelem  $w/c = 1$  a následně bez vypínání vytvarována do jejího přirozeného tvaru. Hotový prvek je na obrázku 8



Obr. 8: Hotová miniatura pleteného 3D bednění ztuženého tenkou vrstvou cementové směsi

#### 4. ZÁVĚR

Současné trendy architektury se vrací k přírodnějším tvarům, které se často řeší různými skořepinami. Beton však především cenou zaostává za jinými materiály. Pletené bednění se nabízí jako levnější a k přírodě šetrnější řešení než frézovaný polystyren.

Byly popsány výhody, nevýhody i specifikace návrhu membránového bednění i tenkostěnných betonových skořepin.

Na závěr byly vytvořeny dva miniaturní prototypy bednění. Jeden z rovinné pleteniny vypnuté do tvaru hyperbolického paraboloidu a následně zpevněné tenkou cementovou vrstvou. Druhý byl upleten přímo do 3D tvaru, namočen do tekuté cementové směsi, aby následně ztuhl v přirozeném tvaru, ve kterém byl upleten, bez potřeby napínání.

#### Poděkování

Poděkování patří Českému vysokému učení v Praze za finanční podporu v rámci projektu SGS23/038/OHK1/1T/11.

#### References

- DLubal RFEM Form Finding* (n.d.), [online].  
**URL:** <https://www.dlubal.com/en/products/rfem-and-rstab-add-on-modules/tensile-membrane-structures/rf-form-finding>
- Iskhakov, I. & Ribakov, Y. (2015), *Design principles and analysis of thin concrete shells, domes and folders*, CRC Press.
- Kangaroo documentation* (n.d.), [online].  
**URL:** <https://github.com/Dan-Piker/Kangaroo-Documentation/blob/master/Kangaroo242ReleaseNotes.pdf>
- Popescu, M. A. (2019), *KnitCrete: Stay-in-place knitted formworks for complex concrete structures*, PhD thesis, ETH Zurich.
- Rombouts, J., Lombaert, G., De Laet, L. & Schevenels, M. (2019), 'A fast and accurate dynamic relaxation approach for form-finding and analysis of bending-active structures', *International Journal of Space Structures* **34**(1-2), 40–53.
- Schipper, H. & Grünewald, S. (2014), *Efficient material use through smart flexible formwork method*, in 'ECO-Crete: International Symposium on Environmentally Friendly Concrete, Reykjavik, Iceland, 13-15 August 2014'.