

MODELOVÁNÍ TEČENÍ ČERSTVÉ BETONOVÉ SMĚSI

Ing. Václav Wudi, *

Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební
České vysoké učení technické v Praze, Tháškova 7/2077, 166 29 Praha 6, Česká republika.
vaclav.wudi@fsv.cvut.cz

ABSTRAKT

Tento článek se věnuje využití Lattice Boltzmann metody (LBM) k simulaci proudění tekutin s aplikací na čerstvou betonovou směs. Konkrétně se zaměřuje na vícesložkový model, který zahrnuje kapalinu a pevné částice. Pro kapalinovou část je použit LBM D2Q9 model a viskozita je určena Binghamovým modelem. Simulace jsou provedeny v programovacím jazyce Python a zkoumají vliv viskozity na chování betonové směsi. K porovnání výsledků je použita simulace sednutí kužele, pro kterou jsou vstupní data převzata z literatury. Pro dosažení uskutečnění simulace ve 3D je úloha převedena na rotační symetrii. Výsledky naznačují, že LBM je vhodnou metodou pro modelování proudění čerstvé betonové směsi a lze ji použít pro další aplikace v oblasti stavebního inženýrství.

KLÍČOVÁ SLOVA

Lattice Boltzmann metoda • Zkouška sednutí kužele • konzistence betonové směsi • viskozita betonu

ABSTRACT

This paper focuses on the use of the Lattice Boltzmann Method (LBM) to simulate fluid flow with application to fresh concrete mix. Specifically, it focuses on a multi-component model that includes liquid and solid particles. The LBM D2Q9 model is used for the fluid part and the viscosity is determined by the Bingham model. The simulations are performed in the Python programming language and research the effect of viscosity on the behavior of the concrete mix. A slump flow test simulation is used to compare the results, for which the input data is taken from the literature. To achieve the realization of the simulation in 3D, the problem is converted to rotational symmetry. The results indicate that LBM is a suitable method for modelling the flow of fresh concrete mix and can be used for other applications in civil engineering.

KEYWORDS

Lattice Boltzmann method • concrete flow test • consistency of concrete mixture • viscosity of concrete

1. ÚVOD

Tento článek vychází z diplomové práce. Základem bylo popsání chování čerstvé betonové směsi. Pro tento problém není známé žádné přímé řešení a proto je zvolen jeden z numerických modelů. Tím je Lattice Boltzmann metoda (LBM).

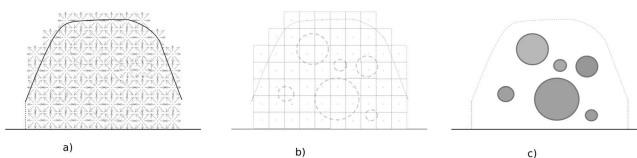
Lattice Boltzmann metoda (LBM) je jednou z metod pro simulaci proudění tekutin, včetně tekutin s vysokou viskozitou, jak

lze chápat čerstvou betonovou směs. LBM je založena na diskretizaci kontinua a využívá Navierovy-Stokesovy rovnice k modelování proudění tekutin. Tento článek se zaměřuje na aplikaci LBM na modelování tečení čerstvé betonové směsi a následné porovnání přesnosti na zkoušce rozlití kužele.

2. ZÁKLADNÍ POPIS

Základem pro vytvoření modelu pro popis čerstvé betonové směsi je snaha zachytit chování čerstvé betonové směsi. Vycházím z modelu podle Švec et al. (2012), který zahrnuje tři vzájemně interagující fáze (viz 1). Jsou jimi:

- Kapalná fáze - popisuje betonovou směs jako Neneutonovskou kapalinu, využívá Lattice Boltzmann metodu dle Chen & Doolen (1998).
- Přechodová fáze - určuje interakci mezi oběma druhými fázemi, využívá výpočet podle Immersed Boundary metody Peskin (2002).
- Fáze těles - popisuje chování pevných částic v betonové směsi, vychází z Newtonových rovnic



Obrázek 1: Tři fáze.

2.1. Fáze kapaliny

Tato fáze využívá pro popis chování kapaliny Lattice Boltzmann metodu (LBM). Tato metoda používá modelování míru pohybu makroskopické částice při řešení Navier-Stokesovi rovnice. Při LBM se prostor rozdělí mřížkou. V mřížce je několik prvků vektorů rychlosti distribuční funkce. Tyto rychlosti udávají míru proudění tekutiny v daném směru. V tomto článku je použit D2Q9 model, který má devět prvků distribuční funkce ve dvou dimenzích.

Každému prvku distribuční funkce je přiřazena váha. Součet všech vah musí být roven jedné.

Součtem daných vektorů distribuční funkce získáme hustotu buňky.

$$\rho = \sum f_i \quad (1)$$

* Supervisor: prof. Ing. Petr Štemberk, Ph.D., D.Eng.

Rychlosti v daném směru se získají z součtu poměrů rychlostí distribuční funkce se zohledněním směru ku hmotnosti dané buňky.

$$v = \frac{\sum f_i e_i}{\rho} \quad (2)$$

Výpočet je dán dvěma kroky, kolizí a proudění. Při kolizi dochází k přeskupení prvků distribuční funkce uvnitř mřížky.

$$f_i(x; t + \delta t) = f_i(x, t) + \Delta_t \frac{f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)}{\tau_f} + \Delta * F_i \quad (3)$$

Při výpočtu se využívá equilibrium.

$$f_i^{eq}(x, t) = w_i \left(\rho + 3 \frac{e_i u}{c_s^2} + \frac{9}{2} \frac{(e_i u)^2}{c_s^4} - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c_s^2} \right) \quad (4)$$

Při proudění dochází k posunu rychlosti v daném směru.

$$f_i(x + e_i; t + \delta t) = f_i(x, t) \quad (5)$$

Pro výpočet toku s volnou hladinou se buňky rozdělují na tři typy. Jsou to buňky s kapalinou, přechodové a prázdné. Každá buňka má hodnotu zaplnění α , ta je dána poměrem hmotnosti kapaliny v buňce ku objemu.

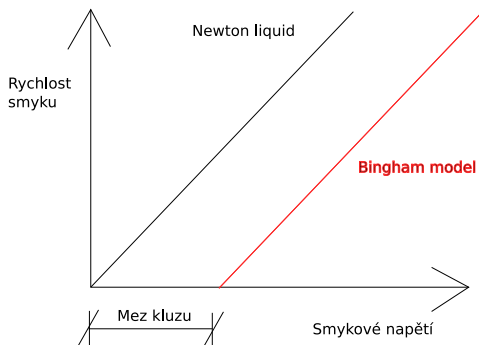
$$\alpha = \frac{m}{\rho} \quad (6)$$

Okrajové podmínky jsou na hranici se vzduchem, na hranici s překážkami a okrajové podmínky kombinující obojí. Okrajové podmínky na hranici s překážkami jsou rozděleny na dva typy, prokluzné (zrcadlové) a protikluzné ad. Zou & He (1997). Při prokluzné okrajové podmínce se uvažuje nulové tření, zatímco při protikluzné se uvažuje nekonečně velké tření. Reálné tření se získá lineární interpolací dle Švec & Skoček (2013).

Velikost součinitele tření je odvozen z viskozity.

$$\tau(x, t) = \frac{1}{2} + \frac{3\nu(x, t)}{\Delta t} \quad (7)$$

Viskozita je určena Bingham modelem z Lucky & Johnson (2018), což je lineární model (viz 2), který můžeme chápat jako vhodný model pro simulaci tečení betonové směsi viz Chidiac et al. (2000).



Obrázek 2: Bingham a Newton model.

V průběhu výpočtu se změnou vektorů distribuční funkce mění hmotnost. Tato změna způsobuje změnu buněk. Pokud hodnota zaplnění mezilehlé buňky stoupne přes jedna, stává se buňka plnou.

Přebývající hmota se přesune do sousedních mezilehlých a prázdných buněk. Míra přesunu je dána normálovým vektorem. Opačný proces nastává při stavu, kdy hodnota zaplnění klesne pod nulu.

Velikost časového kroku je třeba volit tak, aby nedošlo ke ztrátě stability. Ztráta stability výpočtu způsobuje ztrátu konvergence. Případně lze čas měnit v průběhu výpočtu Thürey et al. (2006).

2.2. Fáze těles

Pro možný výpočet zjednodušíme kamenivo na jednoduchý tvar jako je kruh. Pohyb je určen z Newtonových rovnic.

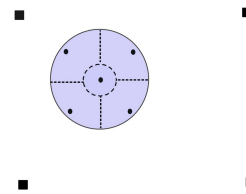
Pohyb se určí postupnou integrací rychlosti. Zde se postupuje zpětnou integrací dopočtu rychlosti. Při výpočtu se postupuje od kolize ke kolizi těles, kdy se nejdříve zjistí vzájemné časy kolizí těles dle Lubachevsky (1991).

Míra energie po kolizi ku energii před kolizí těles udává koeficient restituace Ahmad et al. (2016).

$$C_r = \frac{E_e}{E_i} \quad (8)$$

2.3. Přechodová fáze

Tato fáze vytváří interakci mezi oběma předchozími fázemi. Rychlost jak od kapalně fáze, tak od fáze těles, získáme v Lagrangeových bodech. Tyto body jsou umístěny na kamenivu (viz. 3). Rychlost od fáze kameniva získáme z rychlosti středu kameniva, úhlové rychlosti a vzdálenosti od středu kameniva.



Obrázek 3: Lagrangeovy body na kamenivu.

Rychlost od kapaliny je známa v bodech mřížky. Pro určení rychlosti na kamenivu v Lagrangeových bodech použijeme Dirac delta funkci. V tomto článku je použita lineární Dirac delta funkce.

3. APLIKACE

Pro porovnání účinnosti metody byl vytvořen program v programovacím jazyce Python.

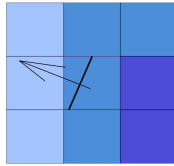
3.1. Zvolený příklad

Výpočet je porovnán na zkoušce rozlití kužele. Jedná se o Abramsův kužel o rozměrech 100 x 200 x 300 mm. Výsledkem je šířka rozlití kužele, která se zprůměruje ve dvou na sobě kolmých směrech a zatřídí do kategorií F1-F6 dle ČSN (1992).

3.2. Nutné úpravy

V tomto případě jsou dvě nutná vylepšení základního výpočtu. První je převedení dvoudimenzionální úlohy na trojdimenzionální s využitím rotační symetrie a nazpět.

Druhou je generace hladiny pomocí normálového vektoru koeficientu zaplnění buněk. Pro sestavení průběhu hladiny vychází o jednu rovnici méně, než je hledaných proměnných. Proto je zde uvažováno vygenerování hladiny pomocí normálového vektoru. Pro každou mezilehlou buňku se z koeficientu zaplnění okolních buněk sestaví normálový vektor. Z kolmice se lineárně sestaví průběh hladiny (viz. 4).



Obrázek 4: Příklad výpočtu průběhu hladiny v buňce

3.3. Další úpravy

Další úpravou, která je provedena je vytvoření podoblasti pro výpočet kameniva. Výpočet fáze kameniva může být, při velkém počtu kameniva časově náročný, proto je zvoleno řešení jak tento výpočtový čas snížit.

Při této úpravě, se výpočtový čas kolize nepočítá u všech prvků kameniva navzájem, ale jen v určité podoblasti.

3.4. Postup výpočtu

Výpočet sestává ze tří kroků, preprocessingu, kdy jsou připraveny podklady a vytvořena mřížka. Samotného výpočtu a postprocessingu, kdy jsou vypočtená data zpracována do grafického výstupu.

Samotný výpočet je dán třemi částmi, které se opakují dokud není splněna podmínka ukončení výpočtu.

Postprocessing sestává ze zpracování dat. Prvním výstupem jsou hodnoty sednutí a rozlité kužele v závislosti na čase. Druhým výstupem je grafické zpracování dat.

3.5. Parametry vstupující do výpočtu

Pro simulaci tečení čerstvé betonové směsi je třeba několik dat. Některá data jsou známá a některá data je třeba vhodně zvolit. V příkladu jsou použity data z Chidiac et al. (2000), mix 1 (A).

Parametry, které jsou převzaty jsou kinematická viskozita a mez kluzu, množství kameniva a jeho objemová hmotnost (viz tab. 1).

Název parametru	Hodnota	jednotky
Množství kameniva	947	kg/m^3
Objemová hmotnost kameniva	2333	kg/m^3

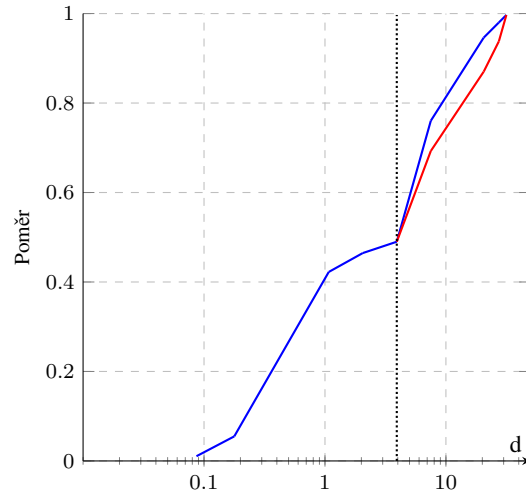
Tabulka 1: Základní hodnoty kameniva pro výpočet.

Některé hodnoty, jako je viskozita a mez kluzu, byly vypočteny více způsoby. Z těchto hodnot jsou do výpočtu uvažovány hodnoty uprostřed vypočtených hodnot. (viz tab 1)

Součástí určení množství a rozdělení kameniva je také křivka zrnitosti kameniva. V rámci výpočtu byli zahrnuti jen ty kameniva, které přesahují 4 mm. Množství kameniva v příslušných frakcích bylo vhodně zvoleno, tak aby co nejvíce odpovídalo množství kameniva z článku (viz 5).

Výpočet	Viskozita (Pa*s)	Mez kluzu (Pa)
1	1.3	35
2	75	242
3	5	388
Zvolené	1.33	180

Tabulka 2: Mez kluzu a viskozita, hodnoty převzaté a zvolené hodnoty ve výpočtu.



Obrázek 5: Výsledná křivka kameniva (modrá) a křivka kameniva ve výpočtu (červená).

Množství kameniva frakcí kameniva a výsledné křivky zrnitosti kameniva, je výsledkem sjednocení dvou křivek a jejich poměru.

Vhodně zvolenými parametry je poměr mezi odrazovou a protikluznou okrajovou podmínkou ve fázi kapaliny a součinitel restituce jak u kolize kamenivo - kamenivo a také u kolize kamenivo - překážka.

Zároveň je na začátku výpočtu nutné zvolit velikost mřížky a časový krok (viz tab. 3). Časový krok a velikost mřížky jsou zvoleny s ohledem na zachování stability výpočtu a časovou náročnost výpočtu.

Název parametru	Hodnota
Poměr mezi odrazovou a protikluznou	0.45
Součinitel restituce objekt - objekt	0.7
Součinitel restituce objekt - překážka	0.7
Velikost časového kroku	0.024 s
Velikost Mřížky	1x1 cm

Tabulka 3: Zvolené hodnoty ve výpočtu.

4. VÝSLEDKY

Hlavním výsledkem byla hodnota šířky rozlité kužele. V rámci výpočtu jsou i některé další doprovodné výsledky, jako například průběh rychlostí těles a tečení kapaliny.

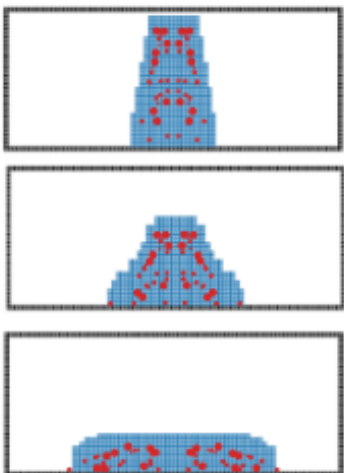
Šířka rozlité kužele od měření je dána 488 mm, rozlité dané výpočtem je 467 mm. Rozdíl činí 4,5 %.

Jedním z výsledků je také porovnání výpočtů s podoblastmi. Ty jsou porovnány na velikosti podoblasti 5,10 a 15 mm a výpočtu bez zahrnutí podoblastí (viz tab 4).

Výpočet	Bez oblastí	d = 15	d = 10	d = 5
1.	672	618	638	607
2.	744	758	620	637
3.	687	718	692	619
Průměr	701	698	650	621
%	100	99	92,7	88,5

Tabulka 4: Porovnání času podoblastí.

Dalšími výsledky jsou grafické výstupy, například průběh tečení směsi (viz 6,7).



Obrázek 6: Průběh výpočtu ve třech časových krocích. Znáznorněno pro Newtonovskou kapalinu pro viskozitu $5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Znáznorněno v časech 0, 0.38 a 0.677 s

Zároveň je možné získat průběh rychlosti v závislosti na času (viz 8).

5. ZHODNOCENÍ

Rozdíl mezi vypočteným daty a daty převzatými je v řádech jednotek procent. Tato přesnost je závislá na vhodném zvolení poměrů typu okrajových podmínek a dostatečné znalosti vstupních parametrů.

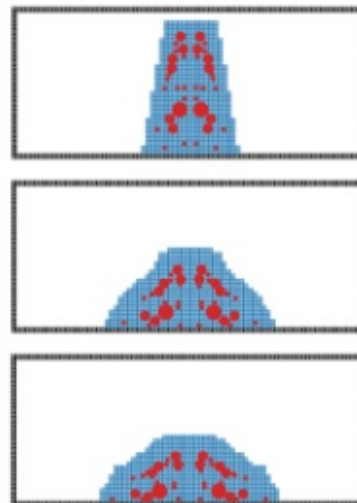
Použití podoblastí pro úroveň kameniva jako přínosné a může ušetřit až 10 % výpočtového času, který přísluší k fázi kameniva.

6. ZÁVĚR

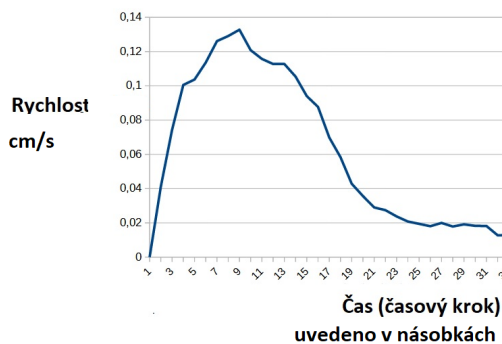
V tomto článku jsem úspěšně využil model založený na Lattice Boltzmann metodě pro modelování tečení čerstvé betonové směsi. Ukázal jsme, že tento přístup je vhodný pro jednoduché aplikace, jako je rozlití kužele. Vylepšení, které jsme navrhli pro snížení výpočtového času, se ukázalo jako účinné.

Podařilo mi vytvořit model, který je vhodný pro výpočet úloh ve 2D a rotačních úlohách, jako je například sednutí kužele. Pokud bych chtěl použít tento model pro rozlití čerstvé betonové směsi ve 3D, bude potřeba vytvořit 3D model.

Použití modelu může být vhodné využít pro predikci chování čerstvé betonové směsi v tvarově složitých konstrukcích, kde není možné určit zda došlo k zaplnění prostor bednění.



Obrázek 7: Průběh výpočtu porovnávaného příkladu ve třech časových krocích. Znáznorněno v časech 0, 0,43 a 0,876 s



Obrázek 8: Průběh nejvyšší rychlosti ve směru z (dolů) v řezu uprostřed kužele.

Poděkování

Poděkování patří Grantové agentuře ČR za finanční podporu v rámci projektu 20-25995S.

Reference

- Ahmad, M., Ismail, K. A. & Mat, F. (2016), 'Impact models and coefficient of restitution: A review', *ARPN J. Eng. Appl. Sci* **11**(10), 6549–6555.
- Chen, S. & Doolen, G. D. (1998), 'Lattice boltzmann method for fluid flows', *Annual review of fluid mechanics* **30**(1), 329–364.
- Chidiac, S., Maadani, O., Razaqpur, A. & Mailvaganam, N. (2000), 'Controlling the quality of fresh concrete—a new approach', *Magazine of Concrete Research* **52**(5), 353–363.
- ČSN, E. (1992), 1-1 (73 1201) eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí—část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, in 'Eurocode', Vol. 2, pp. 1–1.
- Lubachevsky, B. D. (1991), 'How to simulate billiards and similar systems', *Journal of Computational Physics* **94**(2), 255–283.
- Lucky, A. P. A. & Johnson, F. A. (2018), 'Modification of bingham plastic rheological model for better rheological characterization of synthetic based drilling mud', *Journal of Engineering and Applied Sciences* **13**(10), 3573–3581.
- Peskin, C. S. (2002), 'The immersed boundary method', *Acta numerica* **11**, 479–517.
- Švec, O. & Skoček, J. (2013), 'Simple navier's slip boundary condition for the non-newtonian lattice boltzmann fluid dynamics solver', *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **199**, 61–69.
- Švec, O., Skoček, J., Stang, H., Geiker, M. R. & Roussel, N. (2012), 'Free surface flow of a suspension of rigid particles in a non-newtonian fluid: A lattice boltzmann approach', *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **179**, 32–42.
- Thürey, N., Pohl, T., Rude, U., Oechsner, M. & Körner, C. (2006), 'Optimization and stabilization of lbm free surface flow simulations using adaptive parameterization', *Computers & fluids* **35**(8-9), 934–939.
- Zou, Q. & He, X. (1997), 'On pressure and velocity boundary conditions for the lattice boltzmann bgk model', *Physics of fluids* **9**(6), 1591–1598.