

OPTIMALIZACE TVARU TEXTILNÍHO BEDNĚNÍ BĚHEM VÝROBY BETONOVÉ SKOŘEPINY

Stanislav Zažirej, *

Department of Concrete and Masonry Structures, Faculty of Civil Engineering,
Czech Technical University in Prague, Thakurova 7/2077, 166 29 Prague 6, Czech Republic.
stanislav.zazirej@fsv.cvut.cz

ABSTRAKT

Betonové skořepinové konstrukce se používají již od 30. let 20. století. Nabízí nejen estetickou hodnotu v podobě poutavých tvarů, ale i úsporu materiálu díky účinnému přenášení zatížení a relativně vysoké únosnosti vzhledem k hmotnosti. Postupně však došlo ke ztrátě popularity a ústupu od jejich realizace. Hlavním důvodem je pracnost a velké náklady, které vychází z použití dřevěného bednění. Alternativou je textilní bednění, které může poskytnout organický tvar i s negativním zakřivením. Tento článek se zabývá sestavením algoritmu, který slouží k optimalizaci tvaru textilního bednění během výroby betonové skořepiny. Algoritmus byl sestaven pomocí vizuálního programování a jako optimalizační nástroj byl zvolen genetický algoritmus. Funkčnost takového přístupu je pak ukázána na jednoduchém modelu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Betonové Skořepiny • Textilní Bednění • Rhinoceros • Grasshopper • Karamba3D • Dynamická Relaxace • Optimalizace • Genetický Algoritmus

ABSTRACT

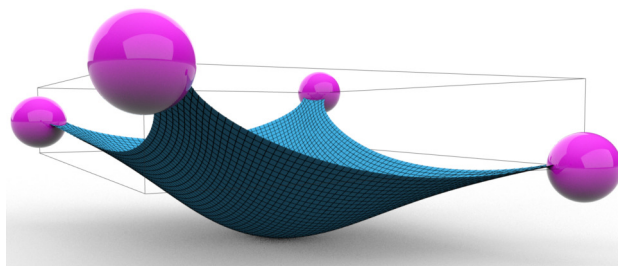
Concrete shell structures have been around since the 1930s. Not only they offer aesthetic value in the form of eye-catching shapes, but they also enable material savings through efficient load transfer and relatively high load-bearing capacity. However, they have gradually lost their popularity and there was a retreat from their implementation. The main reason is that the construction process is considered to be extremely labour-intensive and costly. That comes from the use of timber formwork. An alternative is to use textile formwork, which can provide an organic shape even with negative curvature. This paper explores the construction of an algorithm that is used to optimize the shape of textile formwork during the production of a concrete shell. The algorithm was built using visual programming with genetic algorithm acting as the optimization tool. The functionality of such an approach is then demonstrated on a simple model.

KEYWORDS

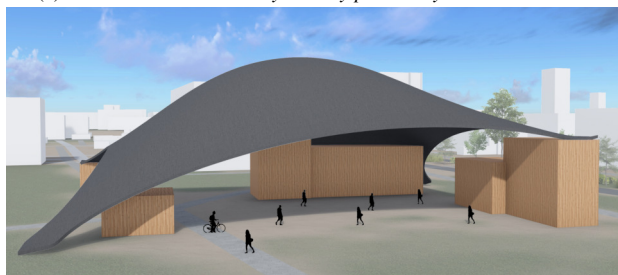
Concrete Shells • Textile Formwork • Rhinoceros • Grasshopper • Karamba3D • Dynamic Relaxation • Optimization • Genetic Algorithm

1. ÚVOD

Skořepinové konstrukce jsou nedílnou součástí nejen architektury a stavebního inženýrství, ale i dalších odvětví, jako je strojírenství nebo doprava. Použití daného typu konstrukce přináší nejen relativně vysokou únosnost vzhledem k hmotnosti, ale i estetickou hodnotu v podobě poutavých tvarů. Zároveň existuje i řada nevýhod (velká náročnost a náklady na zhotovení, nepraktická forma konstrukce, požadavky na stavební fyziku), které vedly ke ztrátě popularity a ústupu od jejich realizace (Tang 2015).



(a) Tvar zavěšené membrány získaný pomocí dynamické relaxace.



(b) Vizualizace možného použití skořepiny v architektuře.

Obrázek 1: Ukázka použití principu převrácené řetězovky na skořepině.

Konstruktéři mohou tvary skořepin získat hledáním inspirace v přírodě, vylepšením předchozích konstrukcí nebo využitím jedné z metod form-findingu (viz. část 2.1). Při použití zmíněných metod získáme ideální tvar, který je výsledkem stabilní rovnováhy sil (Adriaenssens et al. 2014). Ve skutečnosti ale dochází během výstavby k odchylkám od tohoto tvaru, což má za následek to, že jsou skořepiny citlivé na imperfekce (materiálové nebo geometrické). Během návrhu by tyto imperfekce měly být zohledněny a minimalizovány jejich vlivy.

* Školitel: prof. Ing. Petr Štemberk, Ph.D., D.Eng.

Náročnost a velké náklady na zhotovení vychází z použití dřevěného bednění. Textilní bednění je alternativou tomu tradičnímu při realizaci skořepinových konstrukcí. Umožňuje snížit množství jednorázově použitého materiálu, pracnost a zároveň dokáže zajistit přirozený organický tvar i s negativní křivostí.

Cílem tohoto článku je představit algoritmus, který slouží k optimalizaci tvaru textilního bednění během výroby betonové skořepiny a ukázat funkčnost takového přístupu na jednoduchém modelu.

2. SKOŘEPINOVÉ KONSTRUKCE

Skořepiny jsou plošné konstrukční prvky se zakřivenou střednicovou plochou, u kterých je tloušťka výrazně menší než zbývající rozměry. Rozdělit skořepiny můžeme dle následujících kritérií:

• Podle křivosti

Na skořepiny s *nulovou křivostí* (jedno zakřivení, např. parabolický válec), *kladnou křivostí* (dvojí zakřivením např. eliptický paraboloid) a *negativní křivostí* (např. hyperbolický paraboloid).

• Podle namáhání

Na *tlustostěnné* (tloušťka je srovnatelná s poloměrem křivosti, neplatí Kirchhoffova hypotéza tenkých desek, nelineární rozložení napětí po výšce průřezu), *tenkostěnné* (malá tloušťka vzhledem k poloměru křivosti, platí Kirchhoffova hypotéza tenkých desek, lineární rozložení napětí po výšce průřezu), *nelineární* (velmi tenké, deformace srovnatelné s tloušťkou konstrukce, nutno uvažovat geometrickou nelinearitu) a *membrány* (nevyskytují se žádné momenty, namáhání pouze normálovými silami, rovnoměrné rozložení napětí po tloušťce konstrukce – stav membránové napjatosti).

Vyskytují se v různých materiálových provedeních (zděné, dřevěné, ocelové), avšak díky své tvarovatelnosti je beton ideálním materiálem pro tento typ konstrukce.

2.1. Hledání optimálního tvaru

Získat požadovaný tvar konstrukce, ve které převládají normálové síly a vliv ohybových momentů je minimální, je možné pomocí fyzického nebo numerického modelování. Jedním z nejstarších příkladů hledání tvaru (form-finding) pro oblouk byl popsán anglickým inženýrem a vědcem Robertem Hookem v roce 1676. Převrácením tvaru visícího řetězu (tzv. řetězovky), který je podle definice v čistém tahu a bez ohybu, získáme ekvivalentní oblouk, který působí v čistém tlaku. Tento princip lze rozšířit i na skořepinové konstrukce. Na rozdíl od jednoduchého visícího řetězu existuje pro trojrozměrnou skořepinu několik možných tvarů, ve kterých bude zatížení přenášeno prostřednictvím membránového chování, aniž by došlo k ohybu (Adriaenssens et al. 2014).

Při návrhu skořepiny je výsledná geometrie ovlivněna mnohými faktory (např. půdorysný tvar, výška, zatížení, využití materiálu nebo vzhled). Může se jednat buď o matematicky definovaný tvar (koule, elipsoid, kužel, torus nebo hyperbolický paraboloid), experimentální tvar (pneumatické, tekuté, zavěšené), volné tvary (vycházející z architektonických požadavků) nebo přírodní tvary (tvar květů, rostlin, živočichů).

2.1.1. Fyzické hledání tvaru

Využití fyzických modelů v menším měřítku pomáhá lepšímu porozumění chování konstrukce a vyplatí se mimo jiné v následujících případech: numerické výpočty jsou komplexní a zabraly by

hodně času, náklady na vytvoření modelu v reálném měřítku jsou příliš vysoké, je předpoklad, že numerická analýza neposkytne důvěryhodné výsledky, geometrie konstrukce se nedá popsat matematicky, nejsou dostupné jiné metody (Adriaenssens et al. 2014).

Známým příkladem využití fyzických modelů během návrhu jsou práce katalánského architekta Antonia Gaudího (např. kostel v Colònii Güell). Gaudí pracoval s trojrozměrnými závěsnými modely vyrobených z provázek, které zatěžoval pytli s pískem. Základním vstupním parametrem byla gravitace, která svým působením na převrácený model určovala výsledný tvar. (Burry 2016).

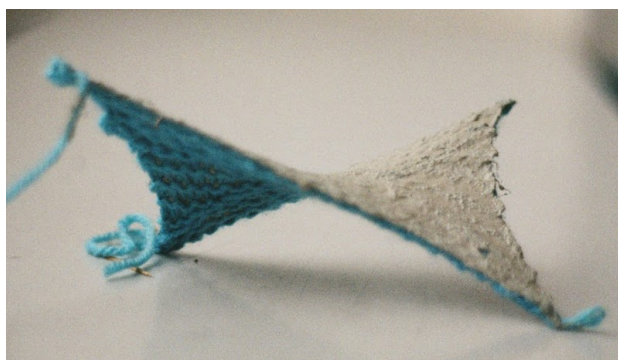
Ne vždy však zmenšené modely dokážou popsat chování konstrukce v plné velikosti. Můžeme tedy rozlišovat dvě kategorie statického chování konstrukce:

• Nezávislé na měřítku

Modely můžeme lineárně zmenšovat, abychom dokázali předpovědět chování v plné velikosti. Platí například pro stabilitu tlačných konstrukcí (zděné oblouky, klenby a kopule) nebo zavěšené lana, řetězy či sítě.

• Závislé na měřítku

Modely se nedají lineárně zvětšovat/zmenšovat. Platí například pro pevnost a tuhost nosníků nebo boulení sloupů a tenkých skořepin.



Obrázek 2: Model skořepiny vytvořený nanášením cementové vrstvy na pleteninu (autor M. Salák).

2.1.2. Numerické hledání tvaru

S rozvojem výpočetní techniky byla vyvinuta řada numerických metod, které otevřely nové možnosti (vznik tzv. free-form tvarů) a umožnily provádět digitální návrh bez nutnosti tvorby fyzického modelu. Patří mezi ně například:

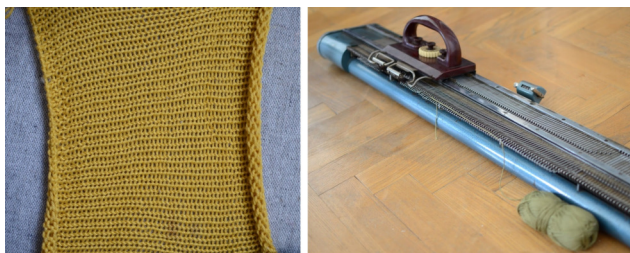
- **Metoda Hustoty Síly** (Force Density Method)
- **Analýza Tahových Sítí** (Thrust Network Analysis)
- **Systém Částice-Pružina** (Particle-Spring System)
- **Dynamická Relaxace**

2.2. Textilní bednění

Tradiční dřevěné bednění slouží jako tuhá forma během betonáže. Hodí se pro tvarování jednoduchých, rovných prvků pravidelných tvarů. Jedná se však o dočasný prvek a v případě zakřivených konstrukcí jeho použití je jednorázové, což výrazně zvyšuje cenu výstavby. Alternativou je textilní bednění, které může poskytnout organický tvar i s negativním zakřivením.

Využití textilního bednění není novinkou. Na konci 19. století si nechal Gustav Lilienthal patentovat stropní systém s vrstvou textilu, která fungovala jako bednění. Významnou osobností je James Waller, jenž na začátku 20. století zkoumal jeho použití a je taky autorem několika patentů (Tang 2015).

I v současnosti najdeme řadu výzkumných projektů v této oblasti. Můžeme se například setkat s myšlenkou opakovaného užití takového bednění (Walia et al. 2021), s aplikací v kombinaci se stříkaným betonem a textilní výztuží (Caugberg et al. 2012) nebo uplatnění vlastní pletené textilie (Salák 2022) včetně návrhu vzoru pleteniny (Popescu et al. 2021).



Obrázek 3: Ruční pletací stroj DOPLETA a vytvořená textilie (foto M. Salák).

3. IMPLEMENTACE ÚLOHY S VYUŽITÍM VIZUÁLNÍHO PROGRAMOVÁNÍ

Jak již bylo zmíněno, cílem tohoto článku je sestavení algoritmu pro optimalizaci tvaru textilního bednění. Pro tento účel byl vytvořen ukázkový model, ve kterém je textilie zavěšená mezi dvěma podporami (viz Obr. 6). Po nanesení betonové vrstvy a následném převrácení bychom měli získat skořepin v čistém tlaku (princip převrácené řetězovky, viz Obr. 1). Šířka textilie byla uvažována jako $B = 0.5m$ a vzdálenost mezi podporami $L = 2.0m$.

Úloha byla definována pomocí zásuvného modulu Grasshopper® (GH) programu Rhinoceros® (Rhino). Jedná se o jazyk a prostředí pro vizuální programování, kde lze parametricky zadat požadovaný tvar konstrukce pomocí jednotlivých komponent z nabídky (Zažirej 2021). Pro statický výpočet konstrukce byl použit GH doplněk Karamba3D (Preisinger 2013), který umožňuje provádět MKP analýzu prostorových příhradových vazníků, rámců a skořepin. Kromě standardních nástrojů obsahuje algoritmy pro optimalizaci průřezu a topologie prvků. Výpočetní jádro Karamby podporuje využití více vláken procesoru a dokáže provést velké množství výpočtů za velmi krátkou dobu, a to jak při lineární i nelineární analýze.

3.1. Zohlednění postupu výstavby

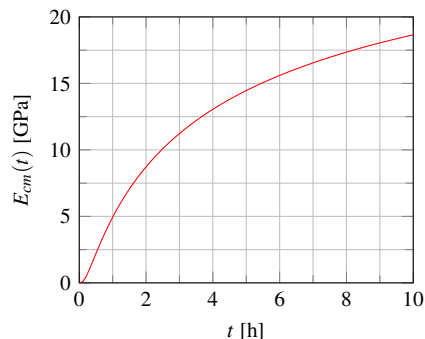
Nejdříve byl získán počáteční tvar textilie pomocí doplňku Kangaroo 2, který při výpočtech používá určitou formu dynamické relaxace. Následně bylo uvažováno s postupným nanesením betonové vrstvy od jedné podpory k druhé (at' už pomocí 3D tiskárny s robotickým ramenem nebo ručně). Pro zjednodušení byl tento proces rozdělen do 30 kroků s celkovou dobou zhotovení $t_{30} = 4.9h$ (viz Obr. 6). Stáří betonu bylo zohledněno pomocí modulu pružnosti.

Dle ČSN EN 1992-1-1 je vývoj modulu pružnosti popsán následovně:

$$E_{cm}(t) = E_{cm} \cdot \left[e^{s \cdot (1 - \sqrt{28/t})} \right]^{0.3} \quad (1)$$

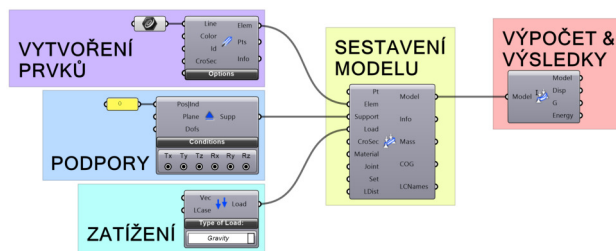
kde E_{cm} je střední hodnota modulu pružnosti a s je koeficient zohledňující pevnostní třídu cementu.

Pro beton C30/37 ($E_{cm} = 32GPa$) a CEM 42,5N ($s = 0.25$) platí následující graf závislosti modulu pružnosti na čase :



Obrázek 4: Vývoj modulu pružnosti v čase.

V každém kroku výroby je nutné znát deformovaný tvar, který bude výchozím tvarem v kroku následujícím. Charakter úlohy tedy vybízí k sestavení smyčky (např. v podobě "for"cyklu). Nativně však v prostředí GH smyčky nejsou tvořeny - skript má jeden směr, začíná v jednom místě a končí v druhém (viz Obr. 5a).



(a) Ukázka sestaveného skriptu v prostředí GH pro analýzu konstrukce pomocí doplňku Karamba3D.

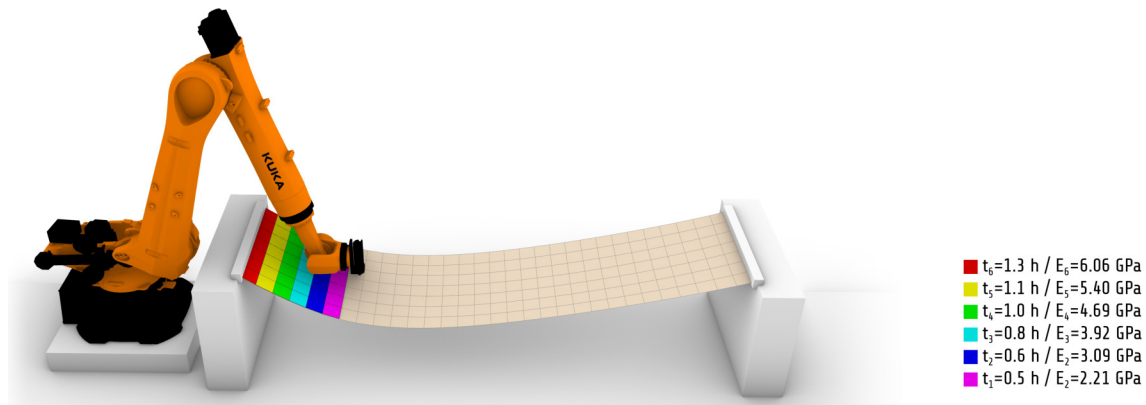
```

1 from Karamba.Geometry import Vector3
2 from Karamba.Elements import BuilderShell
3 from Karamba.Algorithms import AnalyzeThI
4
5 # _____ VYTVOŘENÍ PRVKŮ _____
6 shell=ghc.Karamba3D.MeshtoShellKaramba3D (MESH,
7     None,txt_ID,CrossSec) [0]
8 ELEM=List [BuilderShell] ([shell])
9
10 # _____ ZATÍŽENÍ _____
11 F_1=PointLoad (point_1,vec,Vector3 (), "0", 0)
12 load_list=[F_1,gravity_in]
13 LOAD=List [Load] (load_list)
14
15 # _____ PODPORY _____
16 support_list=supports_in
17 SUPPORT=List [Support] (support_list)
18
19 # _____ SESTAVENÍ MODELU _____
20 model=ghc.Karamba3D.AssembleModelKaramba3D (None,
21     ELEM, SUPPORT, LOAD, None, None, None, 0.005)
22
23 # _____ VÝPOČET A VÝSLEDKY _____
24 RESULTS=AnalyzeThI.solve (model [0])

```

(b) Ukázka sestaveného skriptu v jazyce Python uvnitř komponenty GhPython.

Obrázek 5: Skript vytvořený pomocí vizuálního programování a ekvivalentní skript v jazyce Python.

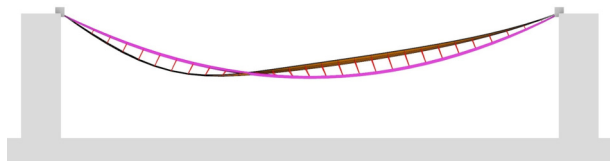


Obrázek 6: Schéma zhotovení skořepiny s využitím robotického ramene včetně stárí betonu v prvních 6 krocích.

Bylo proto využito možnosti sestavit ekvivalentní kód v jazyce Python (Obr. 5b) v komponentě *GhPython*. Ta umožňuje využívat ostatní nástroje GH prostřednictvím příkazů a lze zde vytvořit i "for"cyklus.

3.2. Optimalizace pomocí genetického algoritmu

Jak bylo zmíněno v úvodní kapitole, skořepiny jsou citlivé na počáteční imperfekce. Vzhledem k definovanému způsobu výroby dochází vlivem postupného tuhnutí betonové směsi k výrazné odchylce od původního tvaru (viz Obr. 7). K řízení tvaru během výroby a eliminaci této odchylky byly přidány 3 dvojice lan (viz Obr. 10). Ty jsou definovány počátečním a koncovým bodem (vektorem síly) a velikostí působící síly.



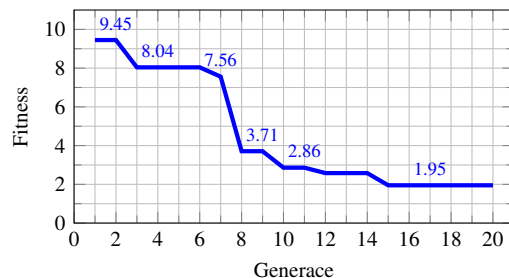
Obrázek 7: Deformovaný tvar konstrukce a odchylka od původního tvaru (zobrazen fialově).

Jako optimalizační nástroj byl zvolen genetický algoritmus v podobě doplňku Galapagos. Velikost populace byla nastavena na 50 jedinců. Hodnocena byla celková odchylka od původního tvaru (suma 248 hodnot, které představují změrenou vzdálenost v uzlech sítě konečných prvků). Vstupními parametry optimalizace jsou číselné hodnoty v podobě posuvníků (tzv. sliders). Celkem bylo vytvořeno 180 posuvníků:

- **90 posuvníků pro definování síly v lanech**
Hodnoty pro 3 dvojice sil ve 30 krocích výstavby. Každý posuvník mohl nabývat jednu z 225 hodnot (rozsah $[0; 225]N$).
- **90 posuvníků pro definování koncové pozice lana**
Koncová poloha lana udává vektor působící síly. Každý posuvník mohl nabývat jednu z 90 hodnot (rozsah $[-0.65; 0.25]m$).

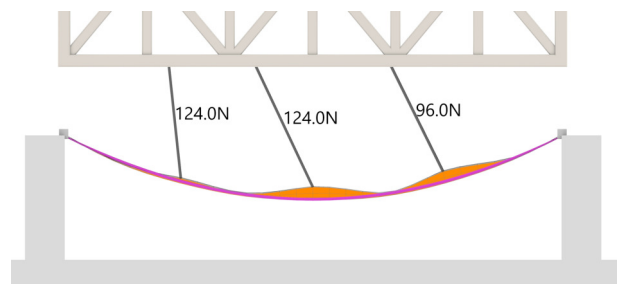
4. VÝSLEDKY A DISKUZE

Celkový prohledávaný prostor měl velikost přibližně $3.8 \cdot 10^{387}$, což je obrovské číslo možných řešení úlohy (pro srovnání stárí vesmíru v sekundách se odhaduje na $4.3 \cdot 10^{17}$). Zde se projeví výhody genetických algoritmů. K nalezení vyhovujícího řešení stačilo 20 generací a čas k tomu potřebný byl přibližně 35 minut. Na Obr. 8 je zobrazen vývoj hodnocení (fitness) nejlepšího jedince v populaci, které postupně klesá (celková odchylka je tedy postupně menší).



Obrázek 8: Graf vývoje fitness nejlepšího jedince populace.

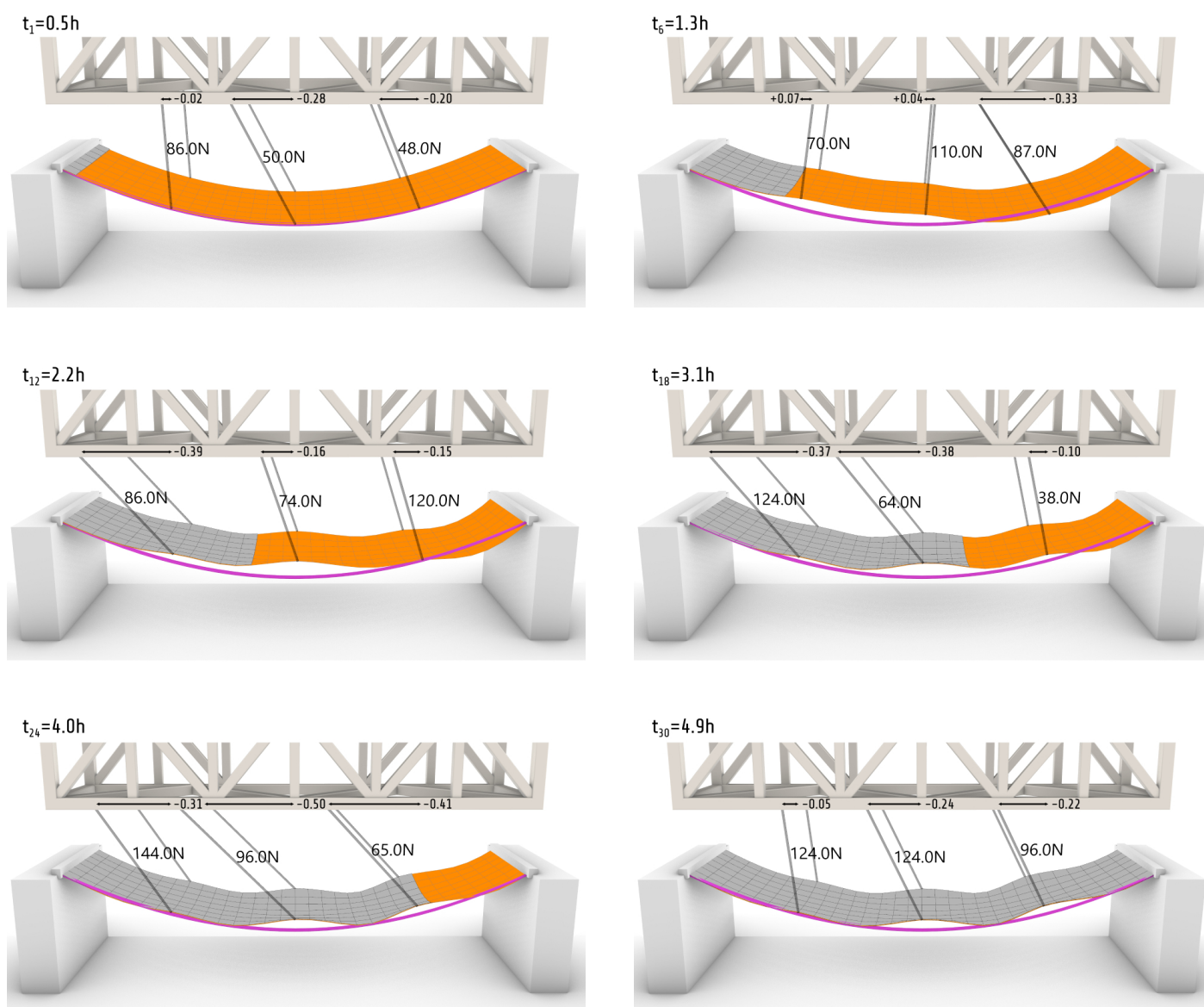
V Tab. 1 jsou pak představeny hodnoty sil a pozic pro každou z dvojic lan ve vybraných krocích (časech). Tyto hodnoty, včetně deformovaných tvarů, jsou rovněž zobrazeny na Obr. 10. V důsledku působení sil prostřednictvím lan dochází zpočátku k nadvýšení textilního bednění. S přibývajícím materiálem se toto nadvýšení zmenšuje a na konci zaujme hotová skořepina požadovaný tvar.



Obrázek 9: Deformace a odchylka od původního tvaru (zobrazen fialově) po optimalizaci.

Tabulka 1: Hodnoty sil a pozic ve vybraných krocích výroby pro každou z dvojic lan.

| | $t_1=0.5h$ | $t_3=0.8h$ | $t_6=1.3h$ | $t_9=1.7h$ | $t_{12}=2.2h$ | $t_{15}=2.6h$ | $t_{18}=3.1h$ | $t_{21}=3.5h$ | $t_{24}=4.0h$ | $t_{27}=4.4h$ | $t_{30}=4.9h$ |
|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| F_1 [kN] | 86.0 | 100.0 | 70.0 | 114.0 | 86.0 | 37.0 | 124.0 | 74.0 | 144.0 | 97.0 | 124.0 |
| p_1 [m] | -0.02 | -0.14 | 0.07 | -0.31 | -0.39 | -0.22 | -0.37 | -0.16 | -0.31 | -0.25 | -0.05 |
| F_2 [kN] | 50.0 | 66.0 | 110.0 | 117.0 | 74.0 | 154.0 | 64.0 | 84.0 | 96.0 | 99.0 | 124.0 |
| p_2 [m] | -0.28 | -0.36 | 0.04 | -0.21 | -0.16 | 0.00 | -0.38 | -0.18 | -0.50 | -0.19 | -0.24 |
| F_3 [kN] | 48.0 | 92.0 | 87.0 | 127.0 | 120.0 | 128.0 | 38.0 | 95.0 | 65.0 | 37.0 | 96.0 |
| p_3 [m] | -0.20 | -0.05 | -0.33 | -0.40 | -0.15 | -0.34 | -0.10 | -0.28 | -0.41 | -0.40 | -0.22 |



Obrázek 10: Tvar textilního bedně včetně hodnot síly ve vybraných krocích výroby. Fialově zobrazen původní (ideální) tvar.

Na Obr. 9 si můžeme všimnout deformací v oblasti uchycení lan. Dá se to považovat za nedostatek, který je možné vyřešit lepším rozložením působící síly. Na prokázání funkčnosti sestaveného algoritmu to však nemá vliv a dá se v tuto chvíli zanedbat.

5. ZÁVĚR

V článku byly stručně představeny skořepinové konstrukce, jejich vlastnosti a možné způsoby hledání ideálního tvaru. Zároveň byla ukázána aktuálnost daného tématu a přínos použití textilního bednění. Následně byl popsán algoritmus pro optimalizaci tvaru bednění během výroby betonové skořepiny. Jeho funkčnost byla ověřena na jednoduchém ukázkovém modelu.

V dalším kroku výzkumu se počítá s aplikací vytvořeného algoritmu na složitější konstrukci (např. ve tvaru hyperbolického paraboloidu), včetně zhotovení fyzického modelu (viz Obr. 2) s využitím vlastní pleteniny (viz Obr. 3) pro ověření správnosti výsledků.

PODĚKOVÁNÍ

Tento článek vznikl za finanční podpory ČVUT v Praze v rámci projektu SGS23/038/OHK1/1T/11.

Reference

- Adriaenssens, S., Block, P., Veenendaal, D. & Williams, C. (2014), *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*, Taylor and Francis. ISBN 9781315849270.
- Burry, M. (2016), 'Antoni Gaudí and Frei Otto: Essential Precursors to the Parametricism Manifesto', *Architectural Design* **86**, 30–35. <https://doi.org/10.1002/ad.2021>.
- Cauberg, N., Tysmans, T., Adriaenssens, S., Wastiels, J., Mollaert, M. & Belkassen, B. (2012), 'Shell Elements of Textile Reinforced Concrete Using Fabric Formwork: A Case Study', *Advances in Structural Engineering* **15**(4), 677–689. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.15.4.677>.
- Popescu, M., Rippmann, M., Liew, A., Reiter, L., Flatt, R. J., Van Mele, T. & Block, P. (2021), 'Structural Design, Digital Fabrication and Construction of the Cable-Net and Knitted Formwork of the KnitCandela Concrete Shell', *Structures* **31**, 1287–1299. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.02.013>.
- Preisinger, C. (2013), 'Linking Structure and Parametric Geometry', *Architectural Design* **83**(2), 110–113. <https://doi.org/10.1002/ad.1564>.
- Salák, M. (2022), Cemento-pletené bednění, in 'Proceedings of PhD Workshop, Department of Concrete and Masonry Structures'. ISBN 978-80-01-06989-9.
- Tang, G. (2015), 'An Overview of Historical and Contemporary Concrete Shells, Their Construction and Factors in Their General Disappearance', *International Journal of Space Structures* **30**(1), 1–12. <https://doi.org/10.1260/0266-3511.30.1.1>.
- Walia, K., Oval, R. & Baverel, O. (2021), F.A.B Shell (Fabric - Arch - Base Shell) : Concrete Shell Building using Fabric Membranes and Telescopic Arches as Formwork, in 'Proceedings of the IASS Annual Symposium 2020/21 and the 7th International Conference on Spatial Structures'.
- Zažirej, S. (2021), Vícekriteriální optimalizace betonové lávky s využitím vizuálního programování, in 'Proceedings of PhD Workshop, Department of Concrete and Masonry Structures'. ISBN 978-80-01-06842-7.