

VÝPOČETNÍ NÁSTROJE PRO ANALÝZU STROPNÍCH SYSTÉMŮ Z TRÁMŮ A VLOŽEK

Daniel Beránek, *

Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební,
České vysoké učení technické v Praze, Tháškova 7/2077, 166 29 Praha 6, Česká republika.
daniel.beranek@fsv.cvut.cz

ABSTRAKT

Příspěvek shrnuje výsledky mé bakalářské a diplomové práce zaměřené na vývoj a implementaci výpočetních nástrojů pro analýzu kerambetonových stropních systémů z trámů a vložek s využitím pokročilých numerických metod. Bakalářská práce se zaměřovala na problematiku deformací železobetonových konstrukcí se zaměřením na tento typ stropních systémů s ohledem na trhliny a vliv dotvarování betonu. Byl vyvinut nástroj umožňující lineární i nelineární výpočet odezvy stropního systému metodou konečných prvků. V diplomové práci byl nástroj rozšířen a zobecněn pomocí objektivě orientovaného programování, čímž jej zpřístupnila pro analýzu obecných prutových konstrukcí. Zároveň byl doplněn komplexní modul pro práci se zatížením (silové, teplotní, předepsané deformace), definici zatěžovacích stavů, jejich kombinací a obálek extrémů. Součástí byl také modul pro posouzení konstrukcí podle Eurokódů.

KLÍČOVÁ SLOVA

výpočetní nástroj • software • metoda konečných prvků • moment-křivost

ABSTRACT

This paper summarizes the results of my bachelor and master thesis, both focused on the development and implementation of computational tools for the analysis of beam-and-block floor systems using advanced numerical methods. The bachelor thesis addressed the issue of deformation of reinforced concrete structures with a focus on this type of floor system taking into account cracks and the effect of concrete creep. A computational tool was developed to allow linear and non-linear finite element analysis of the floor systems. In the master thesis, the tool was extended and generalized using object oriented programming, making it suitable for the analysis of general frame structures. Furthermore, the tool was expanded with a complex module for loads (force loads, thermal loads and prescribed displacements), definition of load cases, their combinations, and extreme envelopes. An additional module for design of structures according to Eurocodes was also included.

KEYWORDS

computational tool • software • finite element method • moment-curvature

1. ÚVOD

Tradiční přístup k návrhu stropních systémů z trámů a vložek vychází ze statických tabulek, které stanovují maximální zatížení pro různé tloušťky stropních konstrukcí, rozpony, třídy betonu a další parametry. Tyto tabulky však vycházejí z předpokladu, že se konstrukce chová jako prostý nosník zatížený rovnoměrným spojitým zatížením. V praxi se však při návrhu těchto stropních konstrukcí setkáváme s odlišnými podmínkami – například stropní konstrukce může být spojitým nosníkem přes několik polí nebo může být zatížena koncentrovanými bodovými silami (např. v místech uložení sloupku krovu), což tradiční statické tabulky vůbec nezohledňují.

V rámci bakalářské práce byl proto vyvinut výpočetní nástroj, který umožňuje analyzovat i nestandardní případy, a tím nahradit tradiční přístup k navrhování a posuzování těchto konstrukcí. Tento nástroj umožňuje posoudit různá statická schémata – prostý nosník, spojitý nosník i nosníky s překonzolováním – zatížená nejen spojitým, ale i bodovým zatížením.

Integrací tohoto výpočetního nástroje do webové aplikace, vyvinuté v rámci projektu „Vývoj komplexního softwaru pro optimalizaci návrhu a posouzení střešních a stropních konstrukcí“, se ukázala řada limitací. Původní nástroj totiž umožňoval zadat zatížení pouze pro jeden zatěžovací stav, pouze konstantní hodnotou působící na celé délce pole a postprocessing výsledků probíhal na straně serveru, což výrazně prodlužovalo potřebný výpočetní čas.

Diplomová práce pak staví na tomto základu a jejím cílem je nástroj zobecnit a rozšířit tak, aby bylo možné jej aplikovat na jakoukoliv prutovou konstrukci. Rozšířená verze implementuje pokročilé numerické metody v programovacím jazyce Python.

Navazující diplomová práce dále rozšiřuje tento nástroj a zaměřuje se na odstranění omezení původní verze. Nově vyvinutý výpočetní nástroj umožňuje pracovat s různými typy zatížení – lineárním („lichoběžníkovým“) spojitým zatížením, rovnoměrným spojitým zatížením, bodovými silami, teplotním namáháním a předepsanými deformacemi konstrukce. Navíc lze tyto různé typy zatížení slučovat do zatěžovacích stavů, které je následně možné kombinovat do kombinací zatěžovacích stavů se zohledněním škálovacích koeficientů.

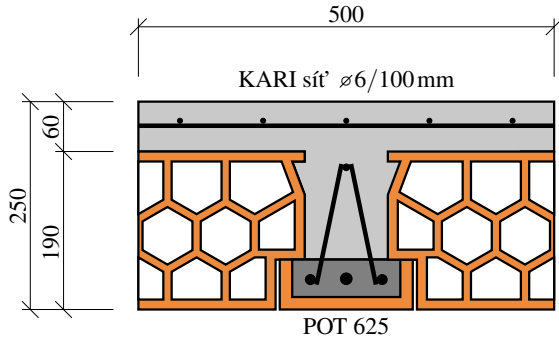
Dále byla vyvinuta nadstavba nad tímto základním nástrojem, která implementuje požadavky Eurokódů. Nadstavba umožňuje kategorizaci zatěžovacích stavů dle normy (ČSN EN 1991-1-1 2004) a automatické generování kombinací zatěžovacích stavů, včetně dílčích součinitelů bezpečnosti, na základě zvoleného mezního stavu a typu kombinace podle požadavků normy (ČSN EN 1990 ed.2 2021) (například pro mezní stav použitelnosti lze volit mezi charakteristickou, častou a kvazistálou kombinací). Nadstavba dále obsahuje posudky podle norem (ČSN EN 1992-1-1 ed.2 2019) a (ČSN EN 1995-1-1 2006), což umožňuje detailní posouzení konstrukčních prvků.

* Školitel: Ing. Radek Štefan, Ph.D., PMP, FEng.

2. METODIKA A VÝVOJ VÝPOČETNÍCH NÁSTROJŮ

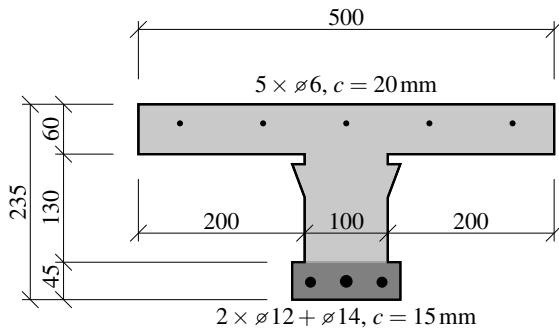
2.1. Stropní systém z trámů a vložek

Na obrázku 1 je znázorněn příklad průřezu zmonolitněného stropního systému z trámů a vložek, který je při horním povrchu vyztužen kari sítí.



Obr. 1: Průřez stropního systému

Keramické stropní vložky jsou dle normy (ČSN EN 15037-3+A1 2011) klasifikovány jako *částečně spolupůsobící*, což znamená že mohou přispívat k výsledné únosnosti stropního systému, ale jejich horní příruba nemůže v hotovém stropním systému fungovat jako tlačena deska. Průřez vzdorující zatížení je zobrazen na obrázku 2.

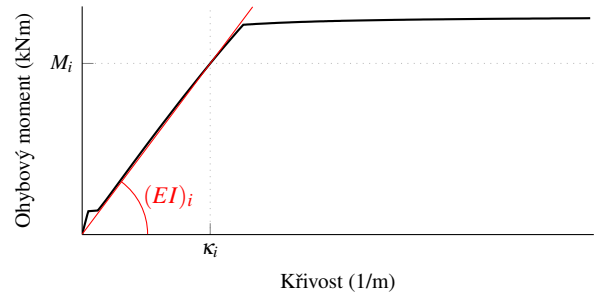


Obr. 2: Vzdorující průřez stropního systému

2.2. Pracovní diagram průřezu

Pracovní diagram průřezu popisuje závislost ohybového momentu na křivosti. Pomocí tohoto diagramu lze stanovit sečnou ohybovou tuhost průřezu jako směrnici sečny v daném místě, viz obr. 3, tedy jako podíl ohybového momentu a křivosti podle vztahu 1.

$$(EI)_i = \left| \frac{M_i}{\kappa_i} \right| \quad (1)$$



Obr. 3: Pracovní diagram průřezu

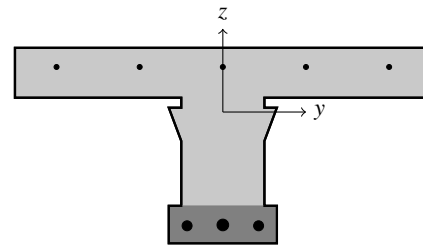
Algoritmus pro sestavení pracovního diagramu průřezu je detailně popsán v bakalářské práci (Beránek 2022). Pro každou křivost κ_i se hledá poloha neutrální osy do chvíle, kdy v průřezu nastane rovnováha sil. Numerickou integrací vztahu 2 získáme ohybový moment $M_{y,i}$ odpovídající křivosti κ_i .

$$M_y = \int_A \sigma_x(z)z dA, \quad (2)$$

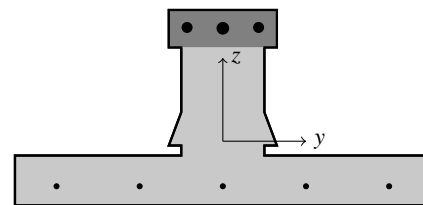
kde A značí plochu průřezu a σ_x představuje normálové napětí.

V případě symetrického průřezu se symetrickým vyztužením je pracovní diagram průřezu pro kladné i záporné hodnoty křivosti stejný.

V případě nesymetrického průřezu je nutné provést výpočet pro kladnou i zápornou hodnotu křivosti. Toho lze docílit otočením průřezu o 180° okolo osy x , viz obr. 4 a 5.



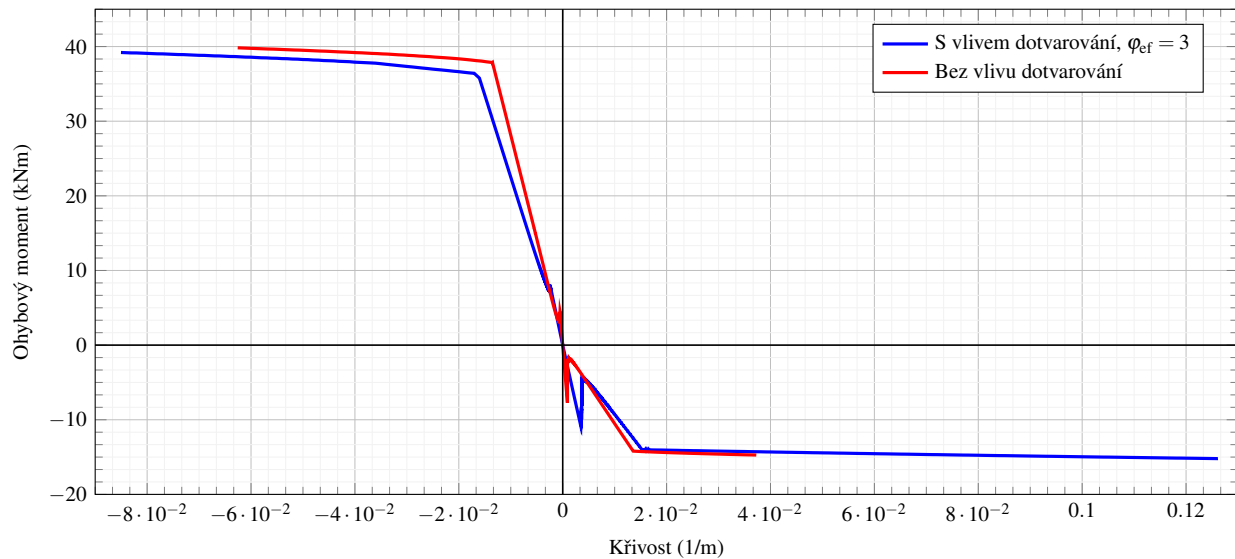
Obr. 4: Průřez stropního systému při záporné křivosti



Obr. 5: Průřez stropního systému při kladné křivosti

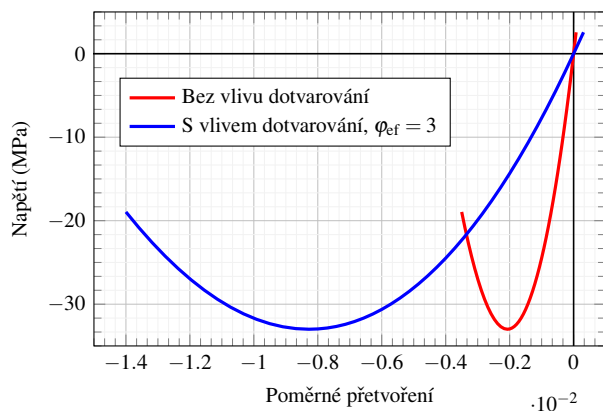
Normálové napětí σ_x získáme pomocí vztahu mezi poměrným přetvořením a napětím, který převádí hodnoty poměrného přetvoření na odpovídající hodnoty napětí. Výpočtový nástroj umožňuje definovat tuto závislost prostřednictvím seznamu hodnot přetvoření a jim odpovídajících napětí, přičemž uživatel má možnost definovat vlastní závislost nebo využít některý z pracovních diagramů popsáných v normě (ČSN EN 1992-1-1 ed.2 2019).

Vliv dotvarování v pracovním diagramu betonu lze zohlednit vynásobením všech hodnot poměrných přetvoření součinitelem $(1 + \varphi_{ef})$, kde φ_{ef} je účinný součinitel dotvarování.



Obr. 6: Pracovní diagram průřezu stropního systému

Na obrázku 7 jsou zobrazeny pracovní diagramy betonu C25/30 bez vlivu dotvarování a s vlivem dotvarování. Tlaková část diagramu odpovídá pracovnímu diagramu pro analýzu konstrukce dle normy (ČSN EN 1992-1-1 ed.2 2019). Chování betonu v tahu je předpokládáno jako lineárně pružné až do dosažení tahové pevnosti betonu.



Obr. 7: Pracovní diagramy betonu

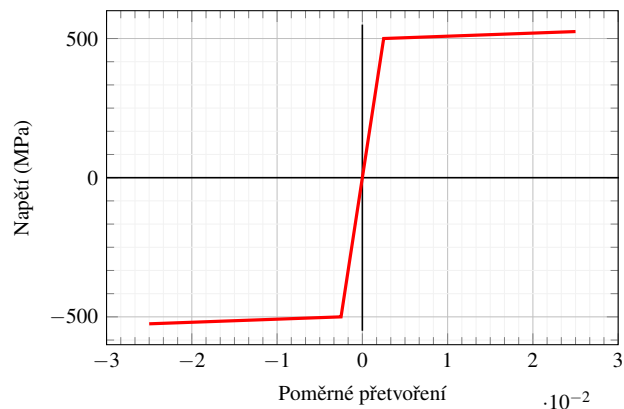
Na obrázku 8 je zobrazen pracovní diagram betonářské oceli B 500B se stoupající horní větví.

Tyto pracovní diagramy materiálů jsou využity pro výpočet bodů pracovního diagramu průřezu na obr. 6.

Na obr. 6 je zobrazen pracovní diagram vzdorujícího průřezu stropního systému na obr. 2. Pro výpočet byly použity pracovní diagramy betonu na obr. 7 a pracovní diagram výztuže na obr. 8.

2.3. Výpočet odezvy konstrukce na statické zatížení

V diplomové práci (Beránek 2024) byl vyvinut výpočetní nástroj pro výpočet odezvy obecných prutových konstrukcí s možností definice zatěžovacích stavů a jejich kombinací.



Obr. 8: Pracovní diagram výztuže se stoupající horní větví

2.3.1. Lineární výpočet odezvy konstrukce

Lineární výpočet poskytuje rychlý, ale zjednodušený odhad skutečného chování konstrukce. Při tomto výpočtu se v každém průřezu prvku předpokládá konstantní ohybová tuhost. Nicméně tento přístup není vhodný pro výpočet průhybů, protože nebere v úvahu vliv trhlin a dotvarování betonu, což vede k výraznému nadhodnocení ohybové tuhosti a výsledné průhyby jsou několikrát menší, než jaké jsou ve skutečnosti.

Při výpočtu se předpokládá, že platí teorie malých deformací a materiál se chová pružně podle Hookova zákona. Díky těmto předpokladům lze uplatnit princip superpozice na výsledné veličiny, jako jsou deformace, vnitřní síly nebo reakce. Tento přístup umožňuje nejprve stanovit odezvu konstrukce pro každý zatěžovací stav zvlášť a poté, při analýze kombinovaných zatěžovacích stavů, jednoduše superponovat jednotlivé veličiny s použitím příslušných škálovacích koeficientů.

2.3.2. Nelineární výpočet odezvy konstrukce

Při výpočtu nelineární analýzou je zohledněn vliv trhlin a dotvarování na ohybovou tuhost určením ohybové tuhosti pro každý

element pomocí pracovního diagramu průřezu (ohybová tuhost je proměnná po délce prvku). Materiálové nelinearity vyplývají z nelineární závislosti mezi poměrným přetvořením a napětím – pro materiál neplatí Hookův zákon, tedy napětí není přímo úměrné poměrnému přetvoření. Nelineární analýza se provádí iteračním výpočtem s postupným přitěžováním konstrukce pomocí předem definovaných přírůstků zatížení.

Je třeba zdůraznit, že u nelineární analýzy neplatí princip superpozice. Výsledné veličiny, jako jsou deformace, vnitřní síly nebo reakce, nelze jednoduše získat superponováním výsledků jednotlivých zatěžovacích stavů. Místo toho se musí kombinovat samotné zatížení, čímž vzniká nový zatěžovací stav, pro který je konstrukce analyzována. Tento přístup je výpočetně mnohem náročnější než v případě výpočtu lineární odezvy, kde lze využít principu superpozice.

Při nelineárním výpočtu je konstrukce postupně zatěžována. V prvním kroku je odezva konstrukce stanovena pomocí matice tuhosti nezatižené konstrukce. Poté se zatížení zvýší o daný přírůstek a na základě ohybových tuhostí jednotlivých elementů získaných z předchozího kroku se sestaví nová matice tuhosti. Tento postup se opakuje, dokud nedosáhneme plné hodnoty zatížení. V každém kroku se pro každý element určí ohybová tuhost pomocí pracovního diagramu průřezu podle vztahu 1.

3. ZÁVĚR

V tomto příspěvku byly shrnuty výsledky vývoje výpočetních nástrojů pro analýzu stropních systémů z trámů a vložek, které vznikly v rámci bakalářské a diplomové práce. První fáze, realizovaná v bakalářské práci, se zaměřila na vytvoření efektivního nástroje v jazyce Python pro výpočet průhybů stropních systémů z trámů a vložek. Tento nástroj umožňuje posoudit jak mezní stavy únosnosti, tak i průhyb konstrukce, přičemž klíčovou metodou je nelineární výpočet průhybu pomocí proměnné ohybové tuhosti po délce prvku s využitím pracovního diagramu průřezu.

Navazující diplomová práce dále rozšířila a zobecnila původní nástroj pomocí objektově orientovaného programování, čímž se výpočtový nástroj stal vhodným pro analýzu libovolné prutové konstrukce. Dále byl vyvinut výpočetní nástroj pro posouzení konstrukcí podle Eurokódů. Tyto výpočetní nástroje byly integrovány do moderních webových aplikací, která byla vytvořena v rámci projektu „Vývoj komplexního softwaru pro optimalizaci návrhu a posouzení střešních a stropních konstrukcí“. Webové aplikace slouží pro předběžný návrh střešních konstrukcí a stropních systémů z trámů a vložek s využitím systémových řešení a výrobků společnosti wienerberger. Celkově přispívá tato práce k optimalizaci návrhu a posouzení stavebních konstrukcí, čímž poskytuje cenný nástroj pro inženýry i projektanty.

PODĚKOVÁNÍ

Práce vznikla za podpory poskytnuté Ministerstvem průmyslu a obchodu ČR v rámci programu OP PIK, Aplikace (Výzva IX), č. projektu CZ.01.1.02/0.0/0.0/21_374/0026789, Vývoj komplexního softwaru pro optimalizaci návrhu a posouzení střešních a stropních konstrukcí.

Na závěr bych rád vyjádřil poděkování všem, kteří přispěli k realizaci této práce. Můj největší dík patří mému školiteli, Ing. Radku Štefanovi, Ph.D., PMP, FEng., za jeho odborné vedení, cenné rady a neustálou podporu během mého studia. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Jakubu Holanovi, Ph.D, se kterým jsem spolupracoval na vývoji a implementaci webové aplikace. Speciální poděkování patří také Ing. Ivu Petráškovi a dalším kolegům ze společnosti wienerberger, kteří se aktivně podíleli na testování a svými

praktickými zkušenostmi přispěli k úspěšnému nasazení webových aplikací.

References

Beránek, D. (2022), Nelineární analýza stropních systémů z trámů a vložek, Bakalářská práce, ČVUT v Praze.

URL: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/102674>

Beránek, D. (2024), Výpočetní nástroje pro analýzu keramobetonových stropních a střešních systémů z trámů a vložek s využitím pokročilých numerických metod, Diplomová práce, ČVUT v Praze.

URL: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/115990>

ČSN EN 15037-3+A1 (2011), *Betonové prefabrikáty - Stropní systémy z trámů a vložek - Část 3: Pálené stropní vložky*, Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, Praha.

ČSN EN 1990 ed.2 (2021), *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*, Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, Praha.

ČSN EN 1991-1-1 (2004), *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-1: Obecná zatížení - Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb*, Český normalizační institut, Praha.

ČSN EN 1992-1-1 ed.2 (2019), *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*, Český normalizační institut, Praha.

ČSN EN 1995-1-1 (2006), *Eurokód 5: Navrhování dřevěných konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla - Společná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*, Český normalizační institut, Praha.