

NÁVRH VÝZTUŽE RÁMOVÝCH ROHŮ



Projekt: Vyztužování poruchových oblastí železobetonové konstrukce
Dílčí část: Návrh výztuže rámových rohů
Vypracoval: Ing. Radek Štefan, Ph.D., Ing. Petr Bílý, Ph.D., a kolektiv
ČVUT v Praze, Fakulta stavební
Katedra betonových a zděných konstrukcí
Thákurova 7, Praha 6 - Dejvice
Podpora: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky
Karmelitská 529/5, 118 12 Praha 1
Datum: 2017



1 Obsah

1	Obsah	1
2	Úvod	2
3	Zadání.....	2
3.1	Geometrie, zatížení	2
3.2	Vnitřní síly	2
3.3	Vyztužení	4
4	Analýza vybraného rámového rohu	6
4.1	Výběr modelu náhradní příhradoviny	6
4.2	Materiálové vlastnosti	6
4.3	Geometrie modelu.....	6
4.4	Stanovení sil v příhradovém modelu.....	8
4.4.1	Vnitřní síly na hranicích výseku.....	8
4.4.2	Zatížení výseku.....	11
4.4.3	Výsledné zatížení příhradového modelu, výpočet vnitřních sil a reakcí	12
4.4.4	Kontrola výpočtu.....	17
4.5	Posouzení prvků modelu (uzlů, vzpěr a táhel)	17
5	Reference	18



2 Úvod

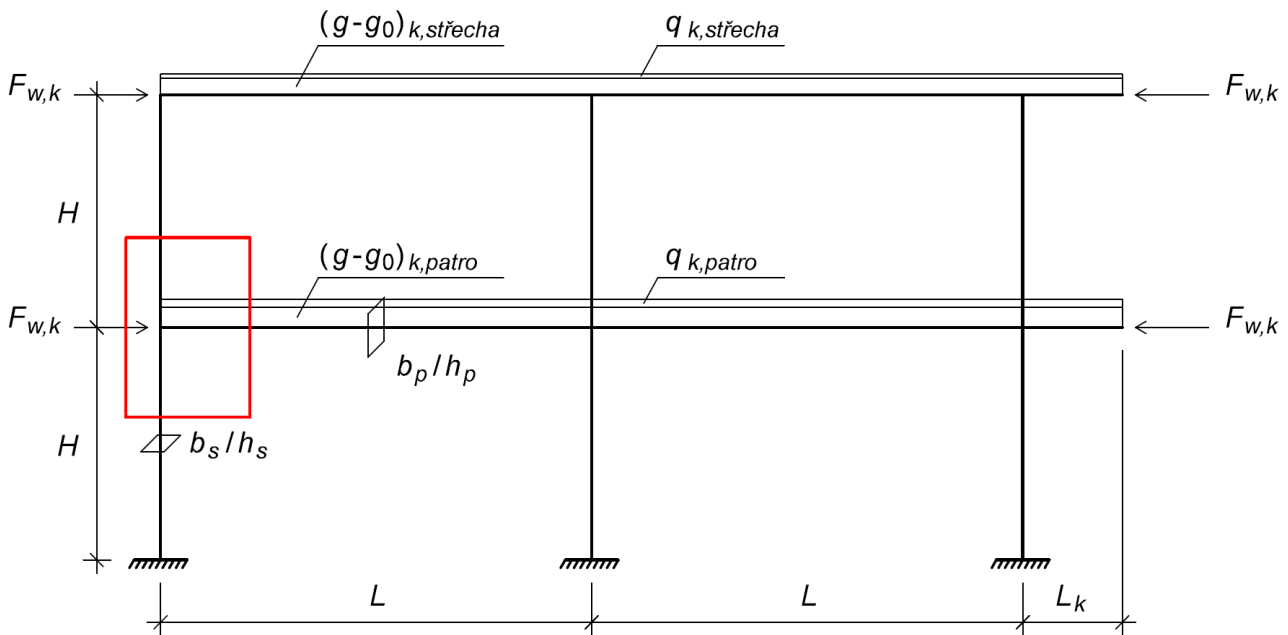
Tento komentovaný příklad má za cíl přiblížit možnosti využití metody příhradové analogie pro analýzu (návrh, resp. posouzení) rámových rohů.

Příklad navazuje na komplexní úlohu [1], ze které přebírá zadání řešeného rámu (geometrii, zatížení) i výstupy stanovené pomocí programu *SCIA Engineer 17* (vnitřní síly, vyztužení).

3 Zadání

3.1 Geometrie, zatížení

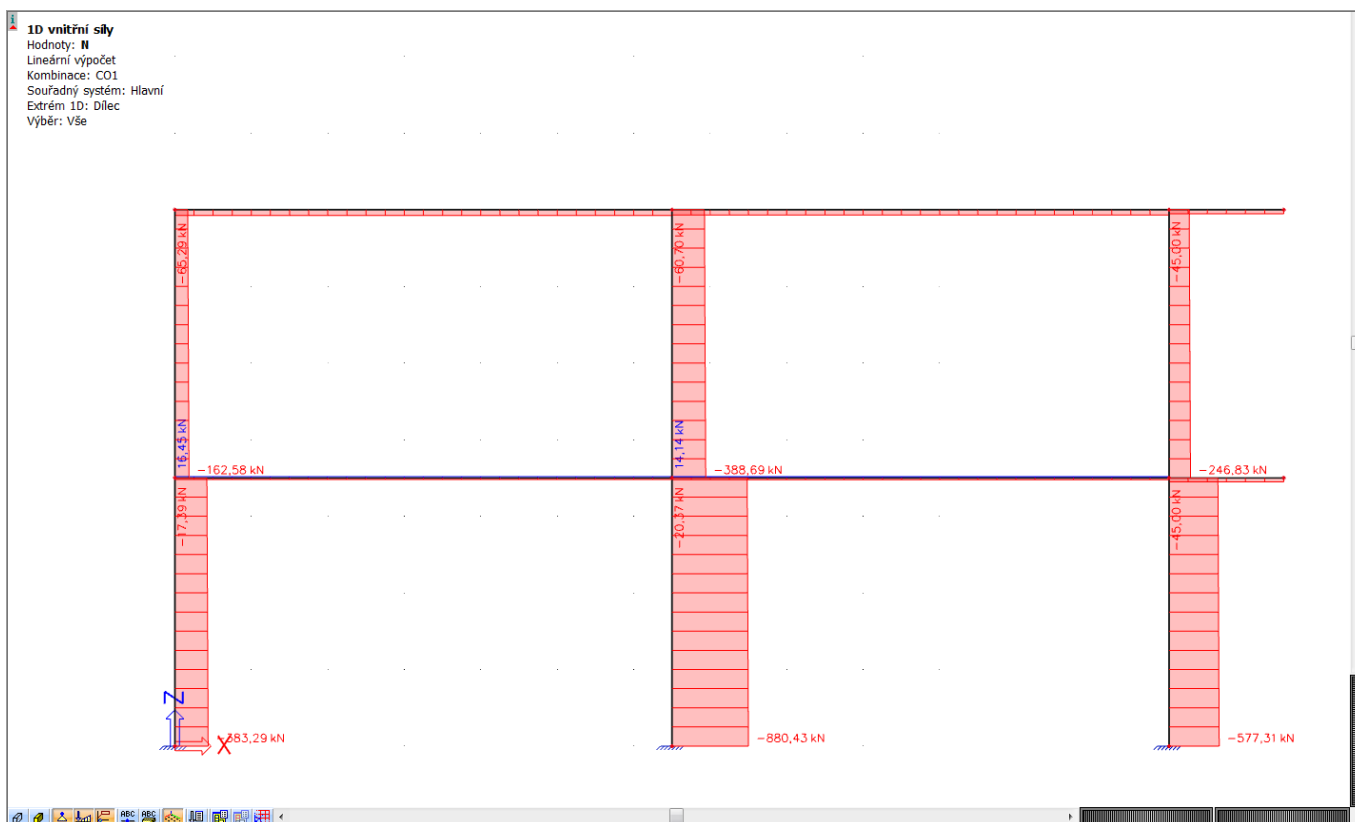
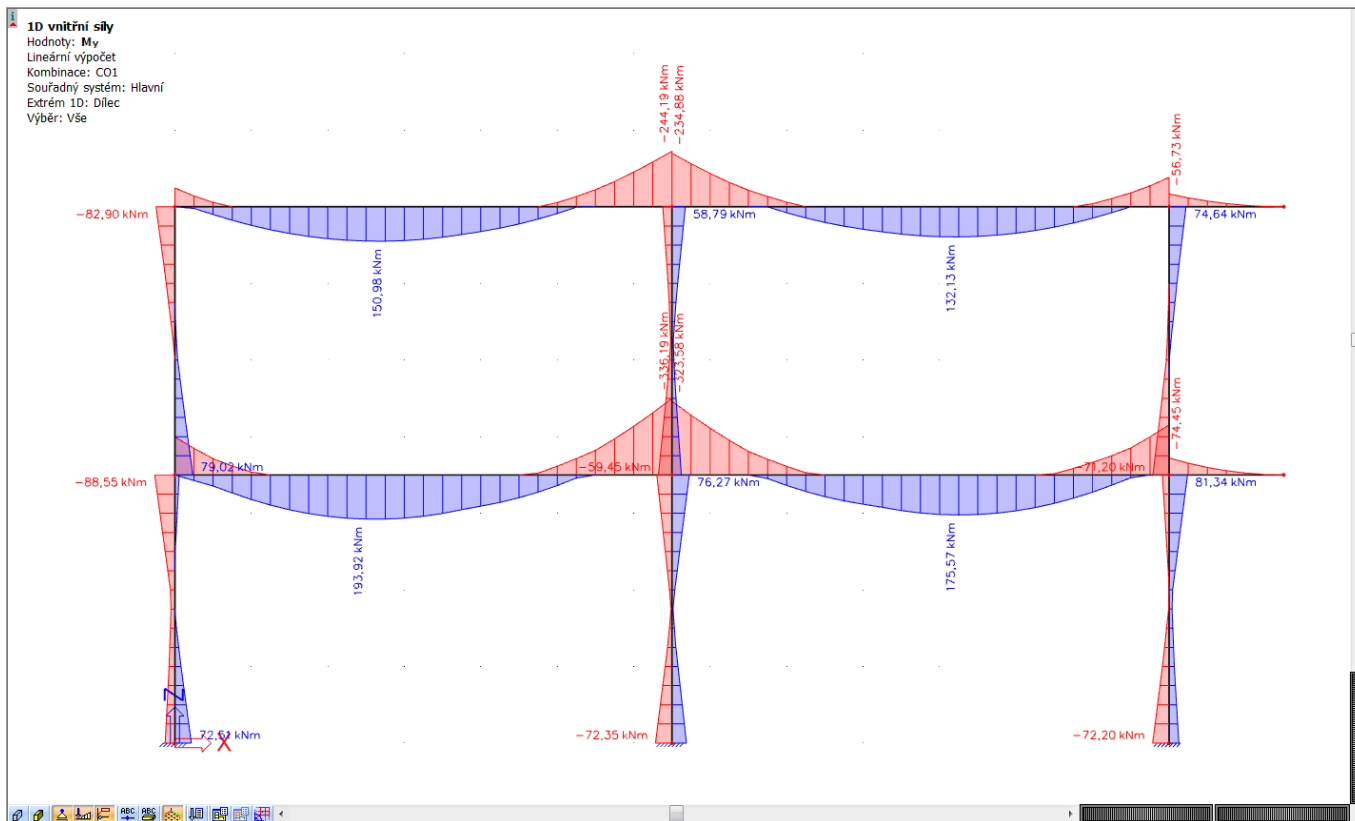
Úkolem je posoudit vybraný rámový roh (rámový styčník) řešeného rámu pro mezní stav únosnosti, viz [1]:

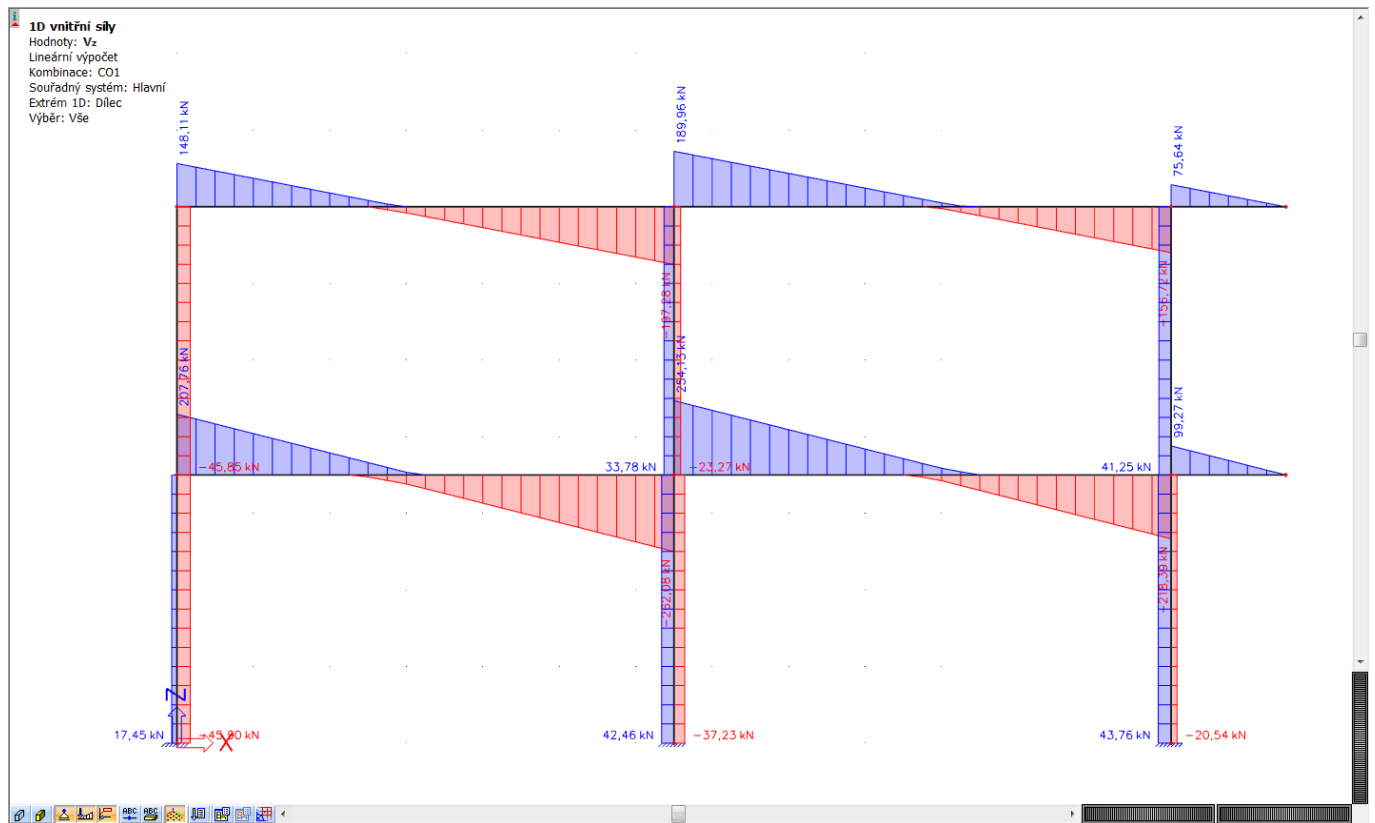


Sloupy jsou vetknuté do základů, příčle jsou se sloupy spojeny tuze (monolitická konstrukce). Proti účinkům vodorovného zatížení (vítr) je konstrukce ve směru kolmém na rovinu rámu ztužena (tuhá stropní tabule + ztužující stěny); v rovině rámu zajišťují tuhost vetknuté sloupy. Geometrie: rozpětí polí $L = 6,5$ m, vyložení konzol $L_k = 1,5$ m, výška podlaží $H = 3,5$ m, rozměry průřezu sloupů $b_s = 350$ mm, $h_s = 350$ mm, rozměry průřezu příčlí $b_p = 350$ mm, $h_p = 650$ mm. Zatížení: ostatní stálé zatížení patra $(g-g_0)_{k,patro} = 30$ kN/m, proměnné zatížení patra $q_{k,patro} = 12$ kN/m, ostatní stálé zatížení střechy $(g-g_0)_{k,střecha} = 25$ kN/m, proměnné zatížení střechy $q_{k,střecha} = 6$ kN/m, vítr (vodorovné síly zleva a zprava) $F_{w,k} = 30$ kN. Materiály: beton C30/37, výztuž B500B. Třída prostředí XC2.

3.2 Vnitřní síly

Vnitřní síly byly stanoveny v programu *SCIA Engineer 17*, viz [1]. Pro zadaná zatížení byla vytvořena jedna obálková kombinace zatížení CO1 (*Obálka - únosnost*), která obsahuje celkem 192 lineárních kombinací. Pro ilustraci zde uvedeme výsledné vnitřní síly pro obálkovou kombinaci CO1. Při dalších výpočtech však budeme pracovat s lineárními kombinacemi, neboť vnitřní síly na řešeném výseku konstrukce, v našem případě rámovém styčníku, musí být v rovnováze (což platí jen pro lineární kombinace, pro kombinaci obálkovou nikoli).

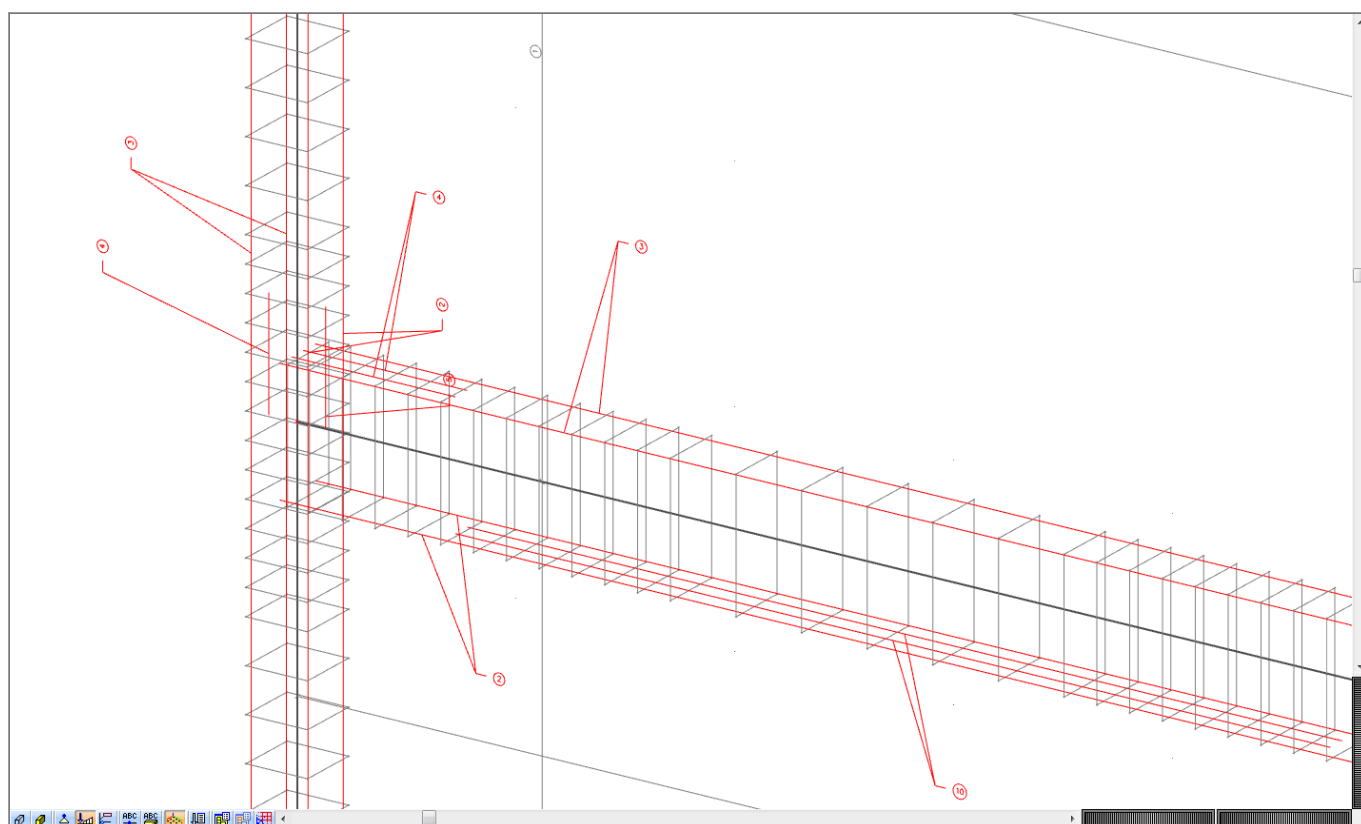
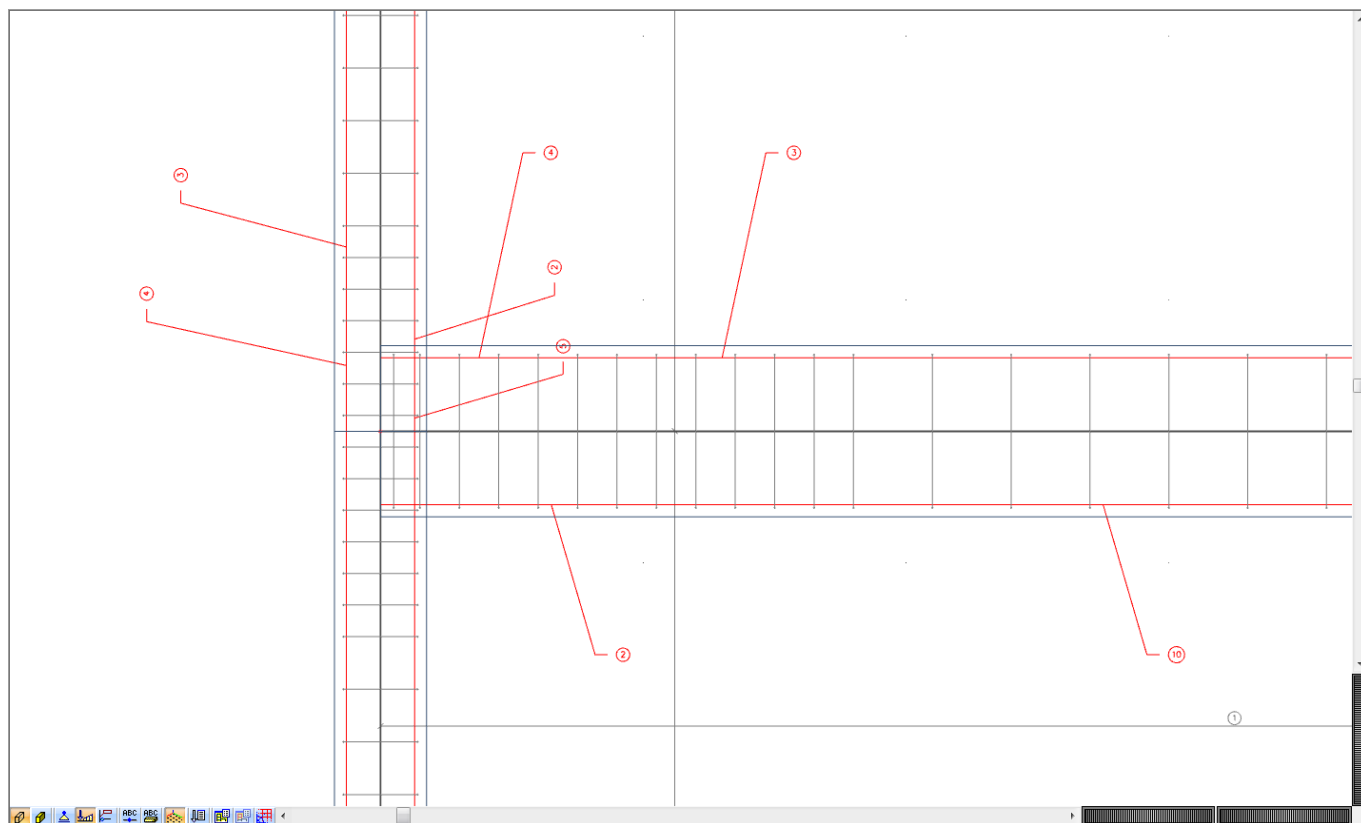




3.3 Vyztužení

Vyztužení rámu jako celku bylo navrženo a posouzeno na mezní stav únosnosti i mezní stav použitelnosti v programu *SCIA Engineer 17*, viz [1]. Výsledné parametry vyztužení jsou následující: krycí vrstva $c = 30 \text{ mm}$, třmínky ve sloupech i příčlích $\phi 8 \text{ mm}$, osová vzdálenost třmínků ve sloupech 200 mm po celé délce prvku, osová vzdálenost třmínků v příčlích 300 mm , 150 mm , resp. 100 mm , podélná výztuž sloupů $4 \phi 14 \text{ mm}$ (rohové) všude + příložky $\phi 14 \text{ mm}$ (2, resp. 4 kusy) v místech rámových rohů (styčnicků), podélná výztuž příčlí $2 \phi 16 \text{ mm}$ u horního i spodního povrchu všude + příložky $\phi 16 \text{ mm}$ (1, 2, 3, resp. 5 kusů) ve více namáhaných oblastech.

Jak je uvedeno v příkladu [1], vzdálenost třmínků ve sloupech by měla být v oblasti 350 mm (rozměr průřezu sloupu) nad a pod příčlí zmenšena na $0,6$ násobek (120 mm ; zahuštění v oblasti stykování výztuže nutné není, neboť nejsou použity podélné pruty o průměru větším než 14 mm), viz [2], čl. 9.5.3(4), což program *SCIA* nekontroluje. Zohledníme-li tento požadavek, obdržíme následující schéma vyztužení (u podélných prutů se jedná pouze o staticky nutné délky navržené na návrhové vnitřní síly pro obálkovou kombinaci zatížení; k těmto délkám je nutné přičíst příslušné kotevní délky, viz také [1]).



4 Analýza vybraného rámového rohu

4.1 Výběr modelu náhradní příhradoviny

Pro analýzu běžných typů poruchových oblastí (tzv. *D-oblastí*) je vhodné použít některý z doporučených (publikovaných v normových předpisech nebo odborné literatuře) modelů náhradní příhradoviny (viz např. [3], s. 8). V případě tvorby vlastního modelu je třeba respektovat základní pravidla, která jsou přehledně shrnuta např. v publikacích [3], kap. 2; [4], kap. 1; [5]. V poslední době je čím dál častější využívat při tvorbě příhradových modelů numerické simulace založené na optimalizačních algoritmech, viz např. práce [6] a [7] a v nich uvedené reference.

My zde využijeme osvědčený model pro *D-oblast* typu „*rámový styčnický průběžného sloupu s příčlí*“, který je uveden např. ve skriptech [4], obr. 6.19; resp. v článku [8], obr. 17.

4.2 Materiálové vlastnosti

Pro další výpočet budeme potřebovat základní materiálové vlastnosti. Pro beton C30/37 a vyztuž B500B obdržíme:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa},$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ MPa}.$$

4.3 Geometrie modelu

Nejprve musíme určit rozměry výseku konstrukce, který budeme dále analyzovat pomocí metody příhradové analogie. Jedno ze základních pravidel říká, že „*délka poruchové oblasti je přibližně rovna výšce prvku*“ [8], s. 66. My vyjmemme výsek o něco větší, abychom měli na každé jeho části (příčel, sloup pod příčlí, sloup nad příčlí) alespoň dvě pole náhradní příhradoviny (viz [8], obr. 17).

Tažené pásy náhradní příhradoviny budou reprezentovány těžišťovou osou podélné tažené vyztuže (*a* je vzdálenost těžiště tažené vyztuže od líce průřezu):

sloup:

$$a = c + \phi_{st} + \frac{\phi}{2} = 30 + 8 + \frac{14}{2} = 45 \text{ mm},$$

příčel:

$$a = c + \phi_{st} + \frac{\phi}{2} = 30 + 8 + \frac{16}{2} = 46 \text{ mm} \cong 45 \text{ mm}.$$

Tlačené pásy by se měly uvažovat v působišti tlakové síly, což je za předpokladu rovnoměrného rozložení napětí v betonu (a při zanedbání tlačené vyztuže) ve vzdálenosti $0,4x$ (x je výška tlačené části průřezu) od krajních tlačených vláken. Pro příčel vychází v místě napojení na sloup (tažená vyztuž je zde tvořena $4 \phi 16 \text{ mm}$, $A_s = 804 \text{ mm}^2$)

$$0,4x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{2 \cdot b_p \cdot f_{cd}} = \frac{804 \cdot 434,8}{2 \cdot 350 \cdot 20} = 25 \text{ mm}.$$

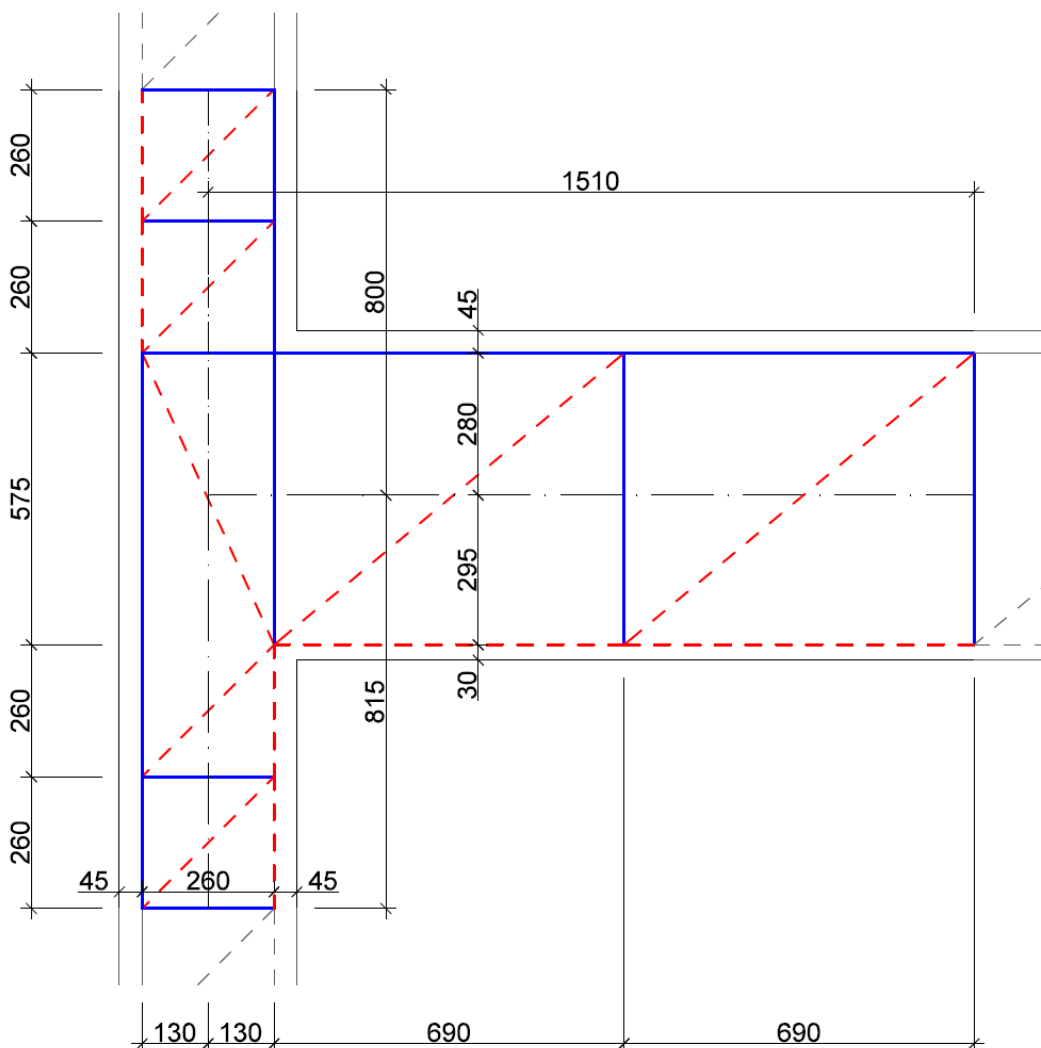
Tlačený pás v příčli zadáme ve vzdálenosti 30 mm od krajních vláken (odhad; přesnější výpočet by vyžadoval zohlednění vlivu tlačené vyztuže, viz např. [9], př. 6.11).



Pro sloup budeme pro zjednodušení uvažovat i tlačené pásy v těžišti podélné výztuže ($a = 45$ mm), neboť je navržena výztuž u obou povrchů a dolní i spodní pásy náhradní příhradoviny jsou z části tlačené a z části tažené.

Sklon tlačných diagonál v příhradovém modelu zvolíme pro příčel roven sklonu smykové trhliny, tedy 40° (v programu *SCIA Engineer 17* se počítalo při návrhu smykové výztuže s $\cotg \theta = 1,2$; tedy $\theta = 40^\circ$); pro sloup zavedeme sklon tlačných diagonál 45° (viz např. [3], s. 8).

Na základě výše uvedených parametrů můžeme určit geometrii příhradového modelu a tedy i velikost příslušného výseku konstrukce (modrou plnou čarou jsou znázorněna táhla, červenou čárkovanou čarou tlačené pruty – vzpěry).



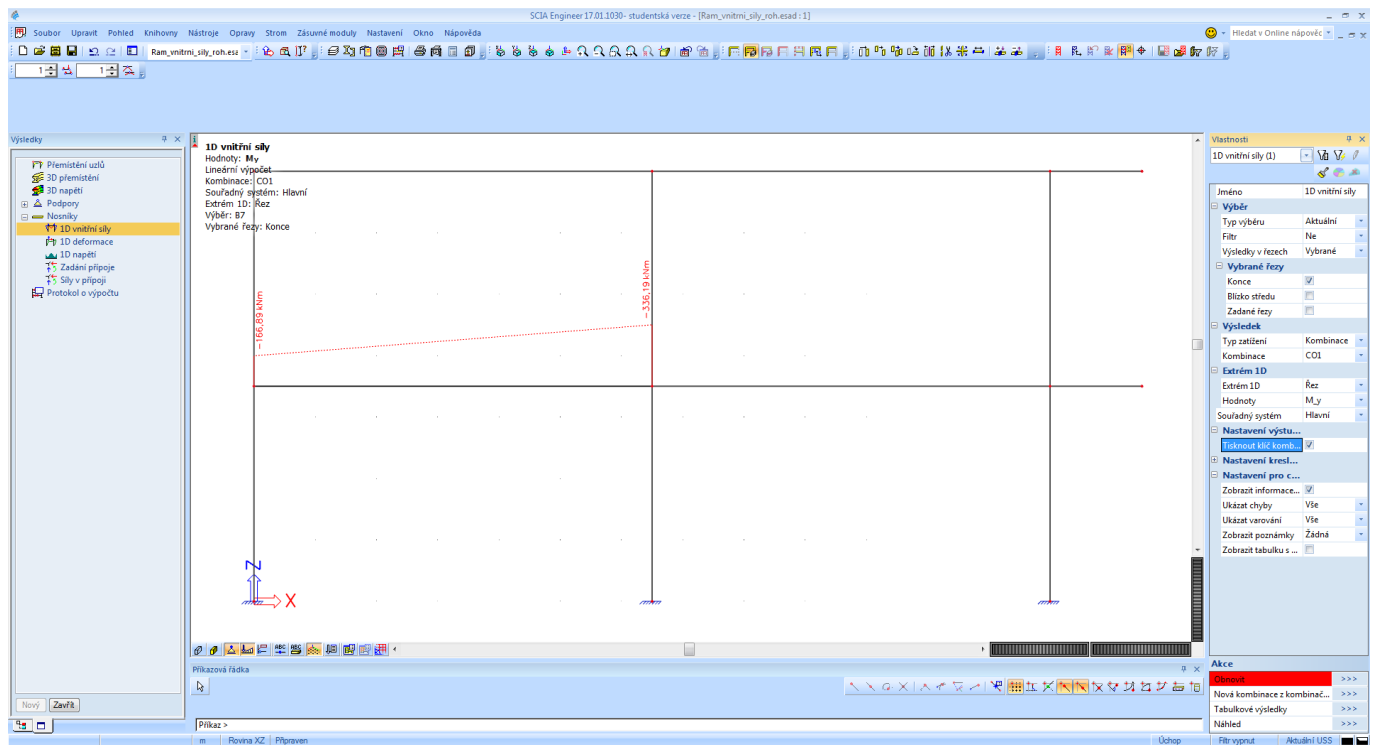
4.4 Stanovení sil v příhradovém modelu

4.4.1 Vnitřní síly na hranicích výseku

Na výseku konstrukce (příčel o délce **1510 mm**, sloup nad příčlí **800 mm** a sloup pod příčlí **815 mm**) stanovíme vnitřní síly v koncových řezech. K tomu využijeme model konstrukce vytvořený v programu *SCIA Engineer 17*, viz [1].

Jak bylo uvedeno výše, vnitřní síly na řešeném výseku musí být v rovnováze. Proto musíme uvažovat lineární kombinace zatížení, nikoli kombinaci obálkovou. Správně bychom měli posoudit všechny lineární kombinace zatížení (v daném modelu jich máme celkem 192), neboť nelze předem určit, která z kombinací bude pro výsek jako celek nejkritičtější (některá vyvodí velké síly v některých táhlech, jiná v některých tlačných prvcích). My zde pro ilustraci posoudíme pouze kombinaci vedoucí na extrémní hodnotu podporového ohybového momentu v příčli. Postup výpočtu by byl pro ostatní kombinace stejný.

V modelu v programu *SCIA Engineer 17* (viz [1]) označíme levou spodní příčel a pro obálkovou kombinaci zatížení vypíšeme extrémní hodnoty vnitřních sil v podporách (včetně klíče kombinace).



1D vnitřní síly

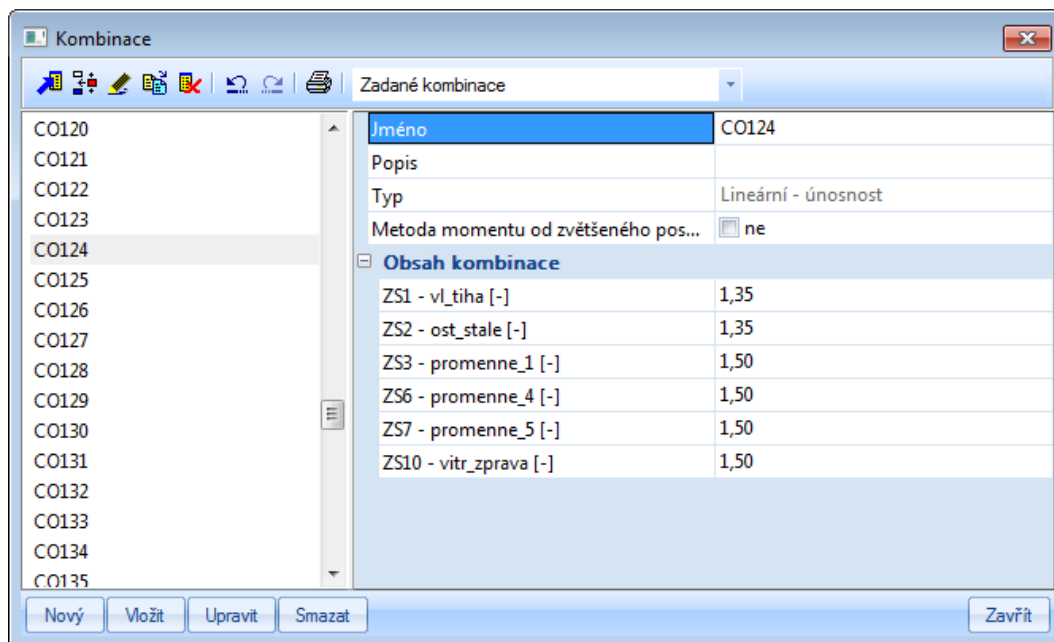
Lineární výpočet:
 Kombinace: CO1
 Souřadný systém: Hlavní
 Extrém 1D: Řez
 Výběr: B7
 Vybrané řezy: Konce

Jméno	dx [m]	Stav	N [kN]	Vz [kN]	My [kNm]
B7	0,000	CO1/1	-17,39	173,41	-32,79
B7	0,000	CO1/2	16,45	131,06	-71,39
B7	0,000	CO1/3	-16,42	113,62	-3,33
B7	0,000	CO1/4	0,07	207,76	-165,83
B7	0,000	CO1/5	0,07	207,75	-166,89
B7	0,000	CO1/6	-16,42	113,62	-2,26
B7	6,500	CO1/1	-17,39	-256,75	-303,66
B7	6,500	CO1/2	16,45	-182,10	-237,25
B7	6,500	CO1/7	-16,98	-262,08	-335,66
B7	6,500	CO1/8	0,62	-159,86	-160,32
B7	6,500	CO1/9	-13,51	-261,83	-336,19
B7	6,500	CO1/10	-2,84	-160,10	-159,79

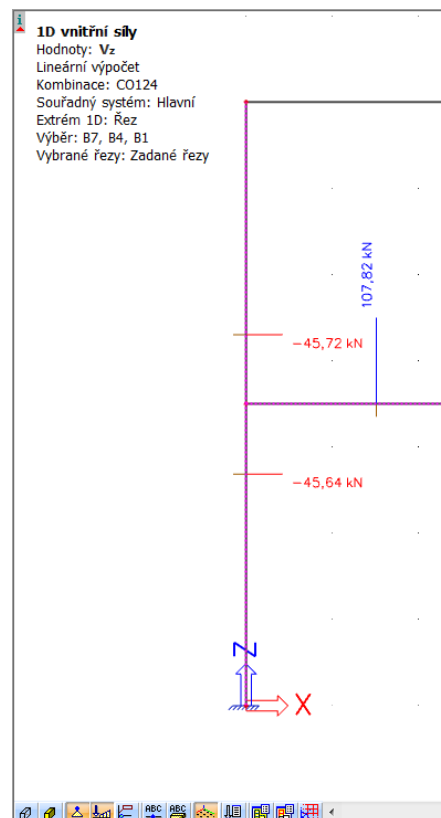
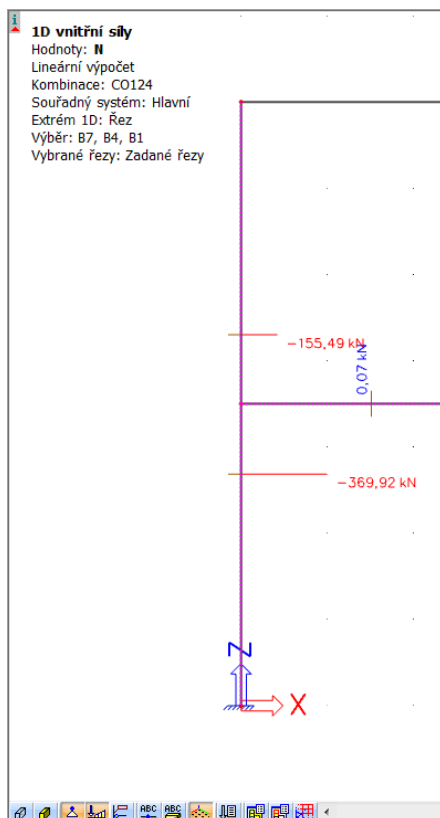
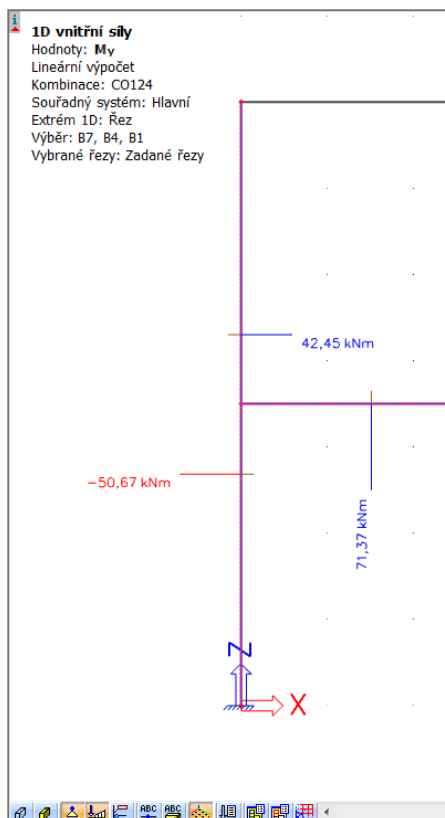
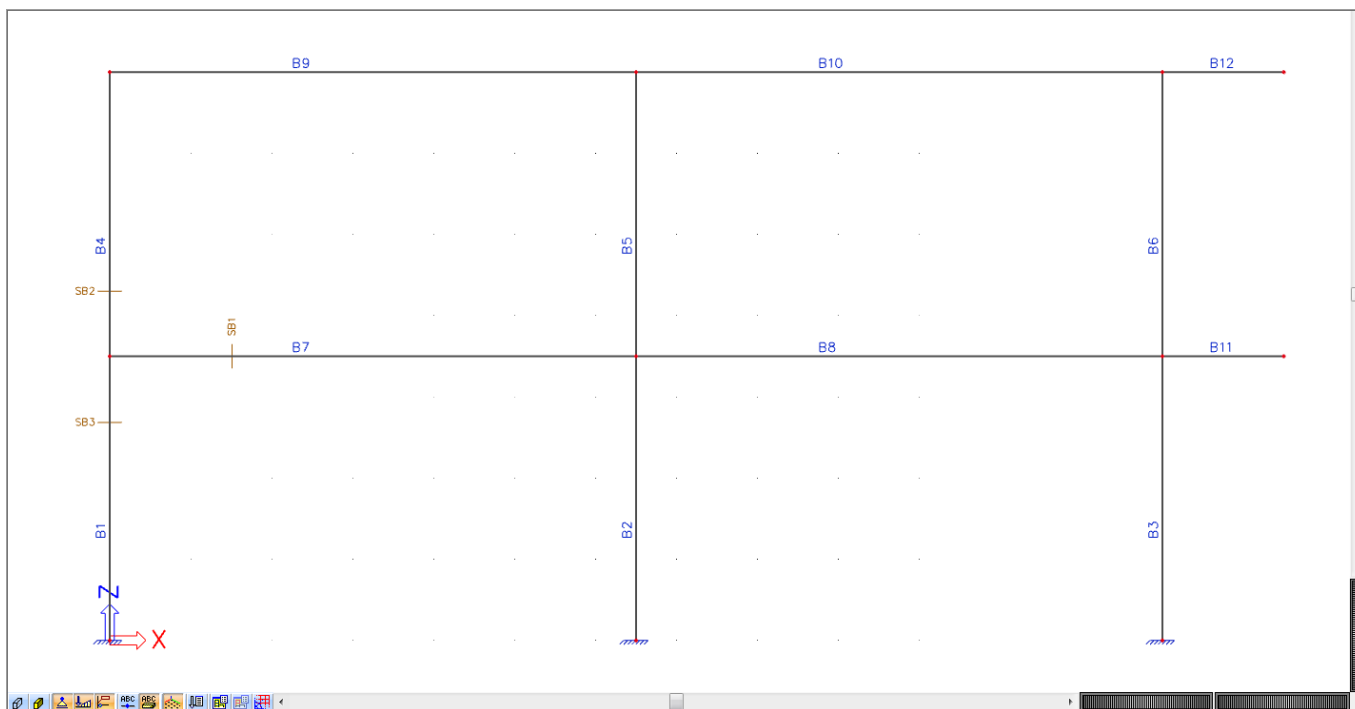
Jméno	Klíč kombinace
CO1/1	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS3 + 1.50*ZS5 + 1.50*ZS7 + 1.50*ZS8 + 1.50*ZS9
CO1/2	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS4 + 1.50*ZS6
CO1/3	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS4 + 1.50*ZS8 + 1.50*ZS9
CO1/4	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS3 + 1.50*ZS5 + 1.50*ZS6 + 1.50*ZS7 + 1.50*ZS10
CO1/5	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS3 + 1.50*ZS6 + 1.50*ZS7 + 1.50*ZS10
CO1/6	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS4 + 1.50*ZS5 + 1.50*ZS8 + 1.50*ZS9
CO1/7	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS3 + 1.50*ZS4 + 1.50*ZS8 + 1.50*ZS9
CO1/8	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS5 + 1.50*ZS6 + 1.50*ZS7 + 1.50*ZS10
CO1/9	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS3 + 1.50*ZS4 + 1.50*ZS6 + 1.50*ZS8 + 1.50*ZS9
CO1/10	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS5 + 1.50*ZS7 + 1.50*ZS10

Vidíme, že extrémní hodnota podporového ohybového momentu v příčli (v řešeném výseku, tedy u levého sloupu) byla dosažena při kombinaci označené jako CO1/5, která je tvořena zatěžovacími stavy ZS1 (vlastní tíha), ZS2 (ostatní stálé zatížení), ZS3 (proměnné zatížení levého pole spodní příčle), ZS6 (proměnné zatížení levého pole horní příčle), ZS7 (proměnné zatížení pravého pole spodní příčle) a ZS10 (vítr zprava), viz [1].

V okně *Hlavní strom* → *Zat. stavy, kombinace* → *Kombinace* zjistíme, že tento klíč odpovídá lineární kombinaci CO124. Pro tuto lineární kombinaci stanovíme vnitřní síly na výseku rámového rohu.



Na hranice výseku vložíme řezy a v nich zobrazíme vnitřní síly pro vybranou lineární kombinaci CO124.



1D vnitřní síly

Lineární výpočet:
 Kombinace: CO124
 Souřadný systém: Hlavní
 Extrém 1D: Řez
 Výběr: B1, B4, B7
 Vybrané řezy: Zadané řezy

Jméno	dx [m]	Stav	N [kN]	V _z [kN]	M _y [kNm]
B1	2,685-	CO124/1	-369,92	-45,64	-50,67
B1	2,685+	CO124/1	-369,92	-45,64	-50,67
B4	0,800-	CO124/1	-155,49	-45,72	42,45
B4	0,800+	CO124/1	-155,49	-45,72	42,45
B7	1,510-	CO124/1	0,07	107,82	71,37
B7	1,510+	CO124/1	0,07	107,82	71,37

Jméno	Klíč kombinace
CO124/1	1.35*ZS1 + 1.35*ZS2 + 1.50*ZS3 + 1.50*ZS6 + 1.50*ZS7 + 1.50*ZS10

Na příčli působí:

- ohybový moment $M_y = 71,37$ kNm, který pro další výpočet nahradíme dvojicí sil na rameni 0,575 m (vzdálenost horního a dolního pásu příhradového modelu): $\pm 71,37/0,575 = \pm 124,12$ kN;
- normálová síla $N = 0,07$ kN (pro další výpočet zanedbáme);
- posouvající síla $V_z = 107,82$ kN.

Na sloupu nad příčlí působí:

- ohybový moment $M_y = 42,45$ kNm, nahradíme dvojicí sil na rameni 0,26 m, velikost sil: $\pm 42,45/0,26 = \pm 163,27$ kN;
- normálová síla $N = -155,49$ kN, nahradíme dvěma silami: $-155,49/2 = -77,75$ kN;
- posouvající síla $V_z = -45,72$ kN, budeme uvažovat hodnotu $-45,68$ kN (kompenzace zanedbání normálové síly v příčli).

Na sloupu pod příčlí působí:

- ohybový moment $M_y = -50,67$ kNm, nahradíme dvojicí sil na rameni 0,26 m, velikost sil: $\pm 50,67/0,26 = \pm 194,88$ kN;
- normálová síla $N = -369,92$ kN, nahradíme dvěma silami: $-369,92/2 = -184,96$ kN;
- posouvající síla $V_z = -45,64$ kN, budeme uvažovat hodnotu $-45,68$ kN (kompenzace zanedbání normálové síly v příčli).

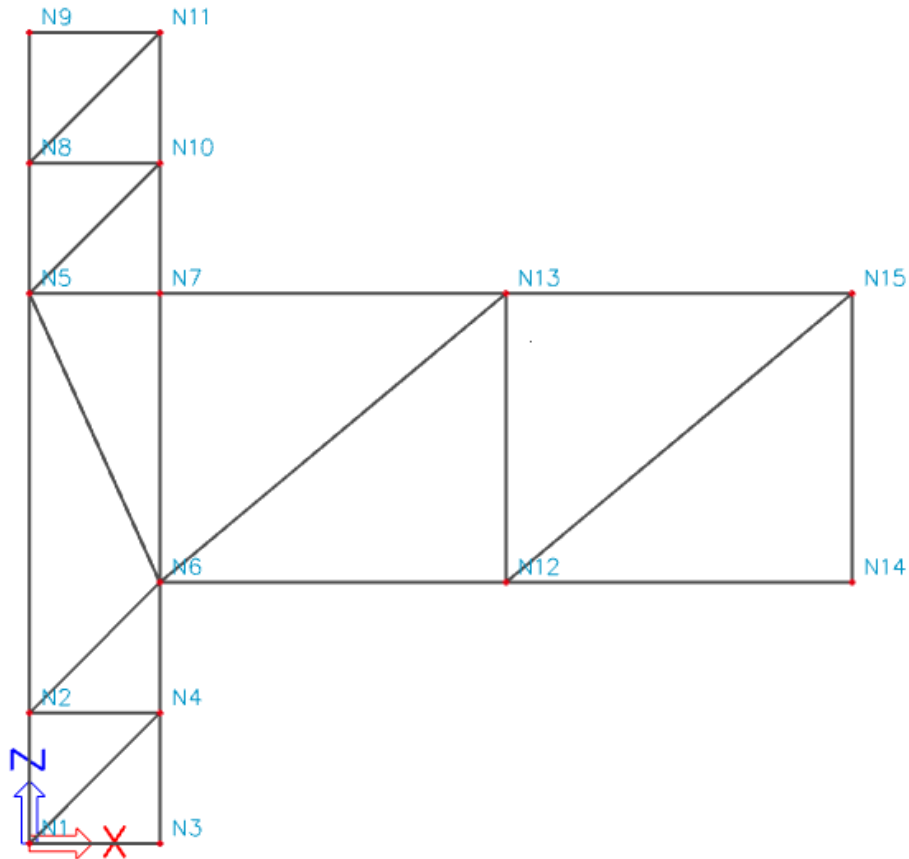
4.4.2 Zatížení výseku

Kromě vnitřních sil v koncových řezech musíme pro řešený výsek stanovit také vnější zatížení. Z uvedených zatěžovacích stavů v dané kombinaci zatížení (ZS1, ZS2, ZS3, ZS6, ZS7 a ZS10) působí na výsek:

- **ZS1**, vlastní tíha:
 $g_{0d,příčel} = 0,35 \cdot 0,65 \cdot 25 \cdot 1,35 = 7,68$ kN/m,
 $g_{0d,sloup} = 0,35 \cdot 0,35 \cdot 25 \cdot 1,35 = 4,13$ kN/m;
- **ZS2**, ostatní stálé zatížení:
 $(g-g_0)_{d,patro} = 30 \cdot 1,35 = 40,5$ kN/m;
- **ZS3**, proměnné zatížení:
 $q_{d,patro} = 12 \cdot 1,5 = 18$ kN/m.



Tato vnější zatížení musíme pro model náhradní příhradoviny převést na uzlové síly. Očíslujeme uzly a stanovíme příslušné síly F :



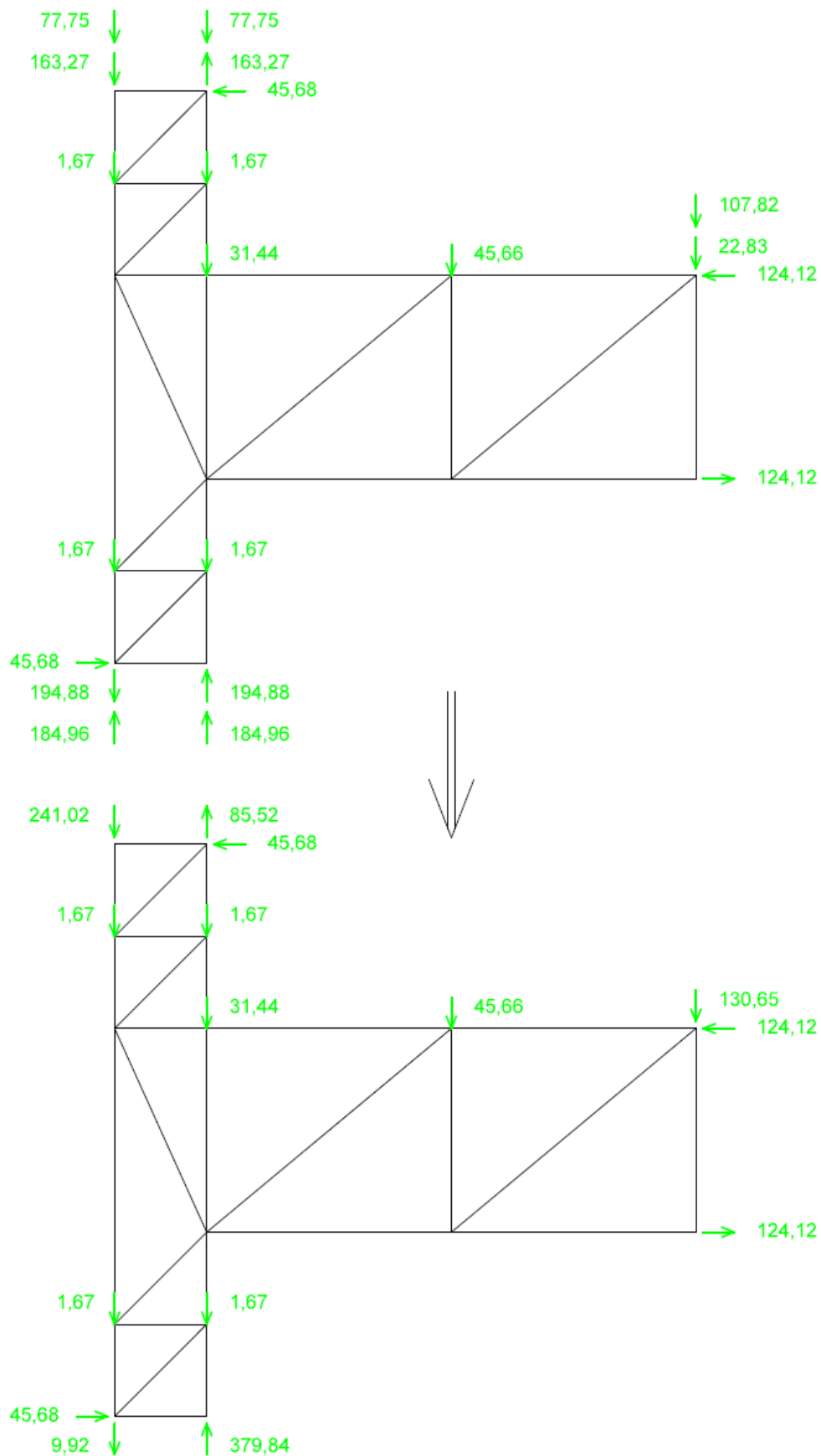
Vlastní tíhu sloupu budeme soustředit pro jednoduchost do 4 uzlů: N2, N4, N8 a N10. Na každý z nich připadá síla: $F_2 = F_4 = F_8 = F_{10} = g_{0d,sloup} \cdot \text{délka sloupu} / 4 = 4,13 \cdot 1,615/4 = \mathbf{1,67 \text{ kN}}$.

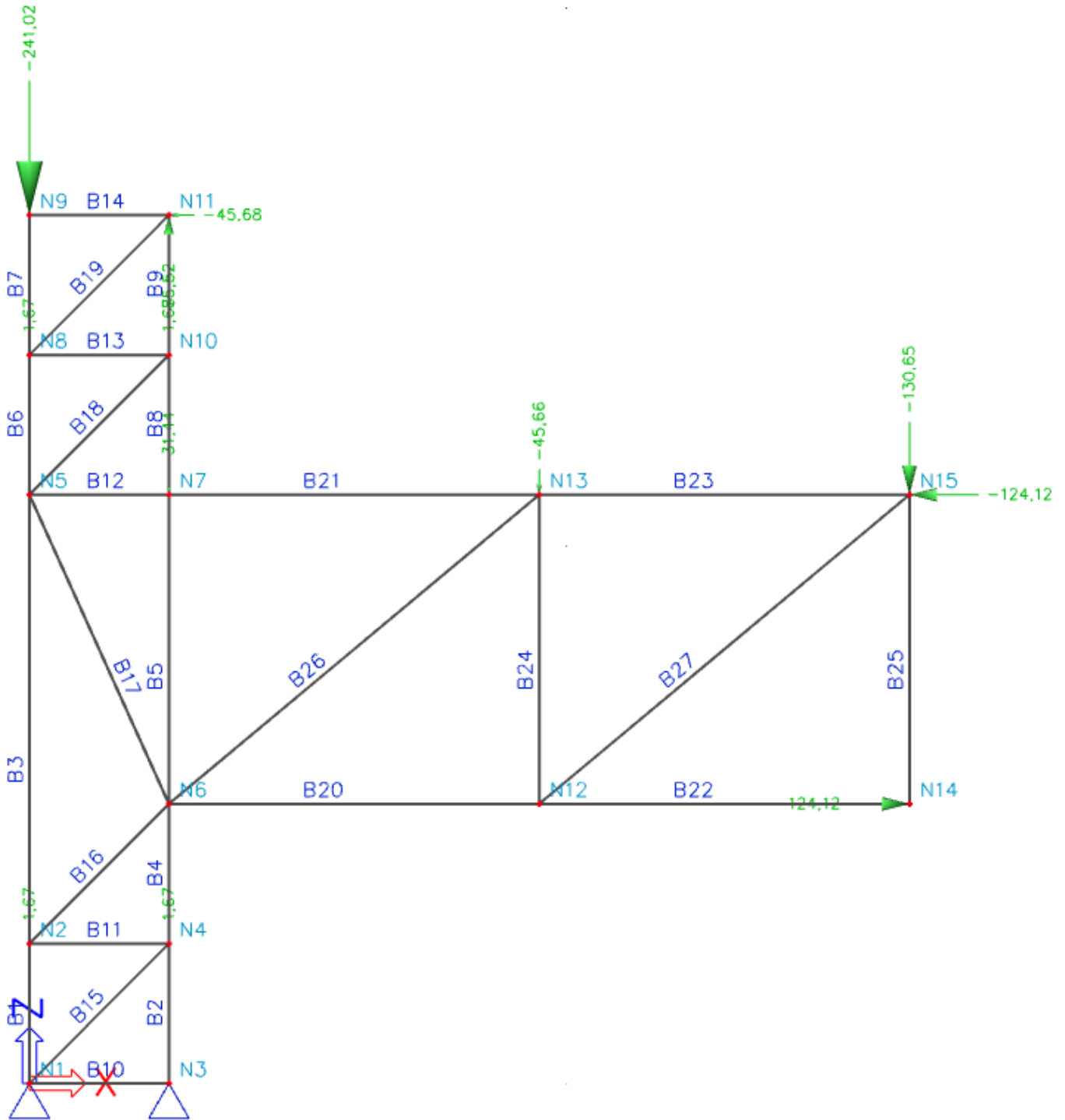
Spojitě zatížení příčle o celkové hodnotě $f_d = g_{0d,příčel} + (g - g_0)_{d,patro} + q_{d,patro} = 7,68 + 40,5 + 18 = 66,18 \text{ kN/m}$ rozdělíme do uzlů N7, N13 a N15. Stanovíme zatěžovací šířky pro jednotlivé uzly a příslušné síly (viz *Geometrie modelu*):

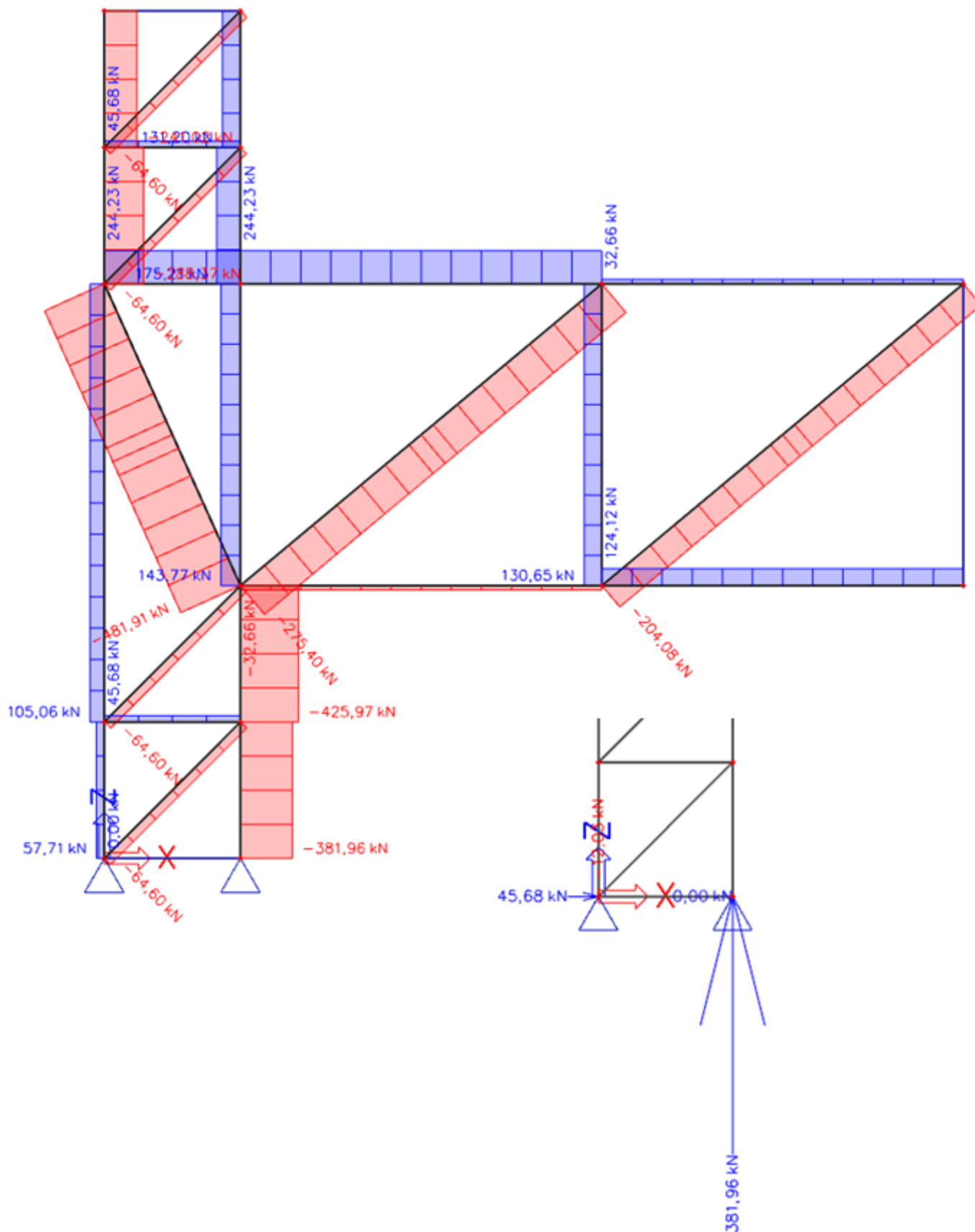
- $b_7 = 0,13 + 0,69/2 = 0,475 \text{ m}$, $F_7 = f_d \cdot b_7 = 66,18 \cdot 0,475 = \mathbf{31,44 \text{ kN}}$;
- $b_{13} = 0,69 \text{ m}$, $F_{13} = f_d \cdot b_{13} = 66,18 \cdot 0,69 = \mathbf{45,66 \text{ kN}}$;
- $b_{15} = 0,69/2 = 0,345 \text{ m}$, $F_{15} = f_d \cdot b_{15} = 66,18 \cdot 0,345 = \mathbf{22,83 \text{ kN}}$.

4.4.3 Výsledné zatížení příhradového modelu, výpočet vnitřních sil a reakcí

Dopočítáme výsledné uzlové síly, kterými zatížíme model náhradní příhradoviny. Pomocí programu *SCIA Engineer 17* určíme osové síly ve všech prutech. Do uzlů N1 a N3 nebudeme vkládat zatěžovací síly, ale umístíme do nich podpory. Podporové reakce stanovené programem využijeme pro kontrolu výpočtu.







Vnitřní síly:

Jméno	dx [m]	Stav	N [kN]
B1	0,000	ZS1	57,71
B2	0,000	ZS1	-381,96
B3	0,000	ZS1	105,06
B4	0,000	ZS1	-425,97
B5	0,000	ZS1	143,77
B6	0,000	ZS1	-288,37
B7	0,000	ZS1	-241,02
B8	0,000	ZS1	175,21
B9	0,000	ZS1	131,20
B10	0,000	ZS1	0,00
B11	0,000	ZS1	45,68
B12	0,000	ZS1	244,23
B13	0,000	ZS1	45,68
B14	0,000	ZS1	0,00
B15	0,000	ZS1	-64,60
B16	0,000	ZS1	-64,60
B17	0,000	ZS1	-481,91
B18	0,000	ZS1	-64,60
B19	0,000	ZS1	-64,60
B20	0,000	ZS1	-32,66
B21	0,000	ZS1	244,23
B22	0,000	ZS1	124,12
B23	0,000	ZS1	32,66
B24	0,000	ZS1	130,65
B25	0,000	ZS1	0,00
B26	0,000	ZS1	-275,40
B27	0,000	ZS1	-204,08

Reakce:

Jméno	Stav	Rx [kN]	Rz [kN]
Sn1/N1	ZS1	45,68	-12,03
Sn2/N3	ZS1	0,00	381,96

4.4.4 Kontrola výpočtu

Kontrolu výpočtu provedeme porovnáním výsledných reakcí příhradového modelu s vnitřními silami stanovenými na hranici výseku konstrukce.

Řešením příhradového modelu byly stanoveny reakce v uzlech N1 a N3:

$$R_{1x} = 45,68 \text{ kN}, R_{1z} = -12,03 \text{ kN}, R_{3z} = 381,96 \text{ kN}.$$

Z vnitřních sil na hranici výseku byly stanoveny uzlové síly:

$$F_{1x} = 45,68 \text{ kN}, F_{1z} = -9,92 \text{ kN}, F_{3z} = 379,84 \text{ kN}.$$

Je zřejmé, že výpočet byl proveden správně.

Drobná odchylka pro svislé reakce

$$-12,03 - (-9,92) = -2,11 \text{ kN, resp.}$$

$$381,96 - 379,84 = 2,12 \text{ kN,}$$

je způsobena převedením spojitěho zatížení příčle v rámovém výseku ($f_d = 66,18 \text{ kN/m}$) na uzlové síly příhradového modelu ($F_7 = 31,44 \text{ kN}$, $F_{13} = 45,66 \text{ kN}$, $F_{15} = 22,83 \text{ kN}$). Momentový účinek spojitěho zatížení a náhradních uzlových sil se mírně liší, což si můžeme ověřit výpočtem momentu k ose sloupu.

Pro spojitě zatížení obdržíme:

$$M = 0,5 \cdot 66,18 \cdot 1,51^2 = 75,45 \text{ kNm}.$$

Náhradní uzlové síly vyvodí ohybový moment:

$$M = 31,44 \cdot 0,13 + 45,66 \cdot (0,13 + 0,69) + 22,83 \cdot (0,13 + 0,69 + 0,69) = 76,00 \text{ kNm}.$$

Převedením rozdílu momentů ($76,00 - 75,45 = 0,55 \text{ kNm}$) na uzlové síly získáme přesně hodnotu stanovené odchylky pro svislé reakce:

$$0,55/0,26 = \pm 2,115 \text{ kN}.$$

Tato odchylka je velmi malá a nemá vliv na přesnost výsledných vnitřních sil v modelu náhradní příhradoviny.

4.5 Posouzení prvků modelu (uzlů, vzpěr a táhel)

Posoudil bych tlačnou diagonálu příčle, třmínky v příčli, hlavní tlačnou diagonálu ve sloupu včetně příčných tahů, podélné síly ve sloupu a možná nějaký styčník.

+ vypočítat kotevní délky a nakreslit schéma vyztužení

5 Reference

- [1] Štefan, R., a kol. *Návrh rámu pomocí programu SCIA Engineer*. ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra betonových a zděných konstrukcí. URL:
http://people.fsv.cvut.cz/www/stefarad/vyuka/133YBKC/YBKC_Ram.pdf
- [2] *ČSN EN 1992-1-1. Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. ČNI, 2006.
- [3] Semrád, K., Szücs, C. Řešené příklady betonových konstrukcí pomocí příhradové analogie. ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra betonových a zděných konstrukcí. URL:
http://concrete.fsv.cvut.cz/projekty/pdf/frvs2009/Prihradova_analogie_a_resene_priklady.pdf
- [4] Kohoutková, A., Procházka, J., Šmejkal, J. Modelování a vyztužování betonových prvků. Lokální modely železobetonových konstrukcí. ČVUT v Praze, 2017. ISBN 978-80-01-05329-4.
- [5] Šmejkal, J., Procházka, J. Navrhování s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*, 2009, roč. 9, č. 5, s. 80–85. ISSN 1213-3116. URL: http://www.betontks.cz/sites/default/files/2009-5-80_0.pdf
- [6] Štefan, R., Semrád, K. Generation of Strut-and-tie Model of Reinforced Concrete Variable Height Beam with the Use of Liang's Optimization Method. In *Proceedings of the International Conference on Modelling and Simulation 2010* [CD-ROM]. Prague: CTU in Prague and AMSE, 2010.
- [7] Semrád, K., Štefan, R. Optimalizační metoda pro automatický návrh výztuže železobetonových prvků. *Beton TKS*, 2012, roč. 12, č. 1, s. 60–65. ISSN 1213-3116. URL:
http://www.betontks.cz/sites/default/files/2012-1-60_0.pdf
- [8] Šmejkal, J., Procházka, J. Navrhování rámových rohů s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*, 2010, roč. 10, č. 5, s. 66–73. ISSN 1213-3116. URL:
http://www.betontks.cz/sites/default/files/2010-5-66_0.pdf
- [9] Eurocode 2 – Worked Examples. Brussels: The European Concrete Platform ASBL, 2008. URL:
<http://www.bibm.eu/Documenten/Worked%20Examples%20for%20Eurocode%20%20Final%20-%20DEF080723%20%28SL%2016%2009%2008%29.pdf>

