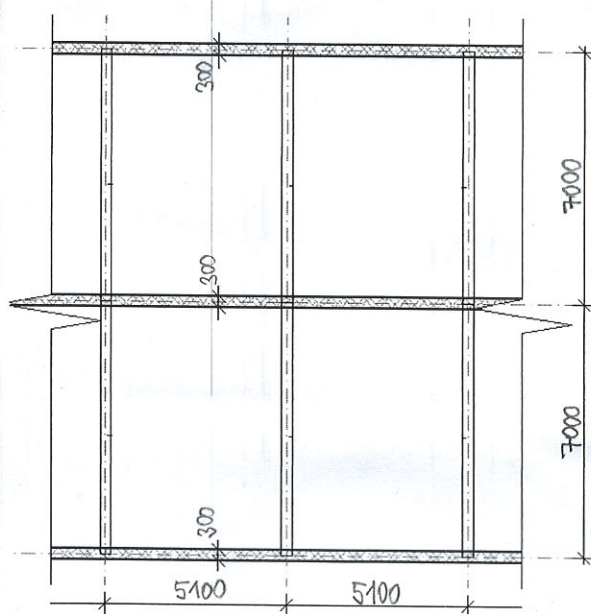


# VÝPOČET VNITŘNÍCH SIL V PREFABRICOVANÉ SPRAŽENÉ STROPNÍ KONSTRUKCI SE ZMĚNOU STATICKÉHO SCHEMATU POMOCÍ RELAXAČNÍ METODY

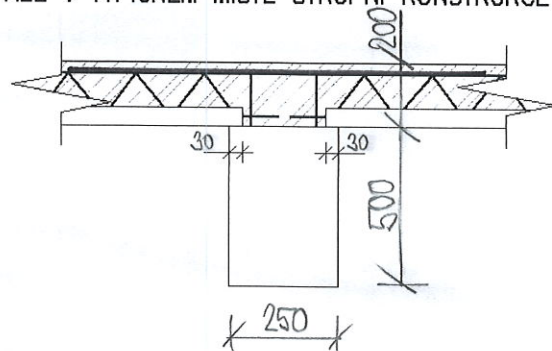
Komentovaný příklad pro studenty Fakulty stavební ČVUT v Praze.  
Petr Bily, červenec 2015

Na zděných stěnách jsou osazeny prefabrikované železobetonové trámy. Mezi trámy budou osazeny filigránové panely a konstrukce bude následně zmonolitněna. Filigránové panely budou v průběhu výstavby podepřeny montážními stojkami ve třetinách rozpětí.

PŮDORYS TYPICKÉHO PODLAŽÍ



ŘEZ V TYPICKÉM MÍSTĚ STROPNÍ KONSTRUKCE



Všechny ŽB prvky: C30/37

Spočítejte vnitřní síly na trávu v čase 10 let (3650 dní) a 100 let (36500 dní) od výroby prefabrikovaných trámů. Trámy byly po výrobě acetrčovány 7 dní normálním způsobem. Ve stáří 28 dní byly osazeny na stěny, zatíženy filigránovými panely a zmonolitněny. Montážní podepření panelů bylo odstraněno 28 dní po betonáži desky, která probíhala při relativní vlhkosti vzduchu 65%.

Proměnné zatížení stropní desky při montáži je  $1 \text{ kN/m}^2$ , v provozním stavu  $2 \text{ kN/m}^2$ . Ostatní stálé zatížení v provozním stavu je  $2 \text{ kN/m}^2$ .

## MATERIAL

Beton C30/37  $\rightarrow f_{c,10/28} = 30 \text{ MPa}$ ,  $E_{cm} = 30,5 \text{ GPa}$

Uvažované složení  $1 \text{ m}^3$  betonu: 400 kg CEM I, 180 kg vody, 1750 kg kameniva

# ZATÍŽENÍ

②

## MONTÁŽNÍ STAV (do odstranění montážních podpor)

Zatěžovací šířka trámu:  $b_{zat} = \frac{5,1}{3} = 1,7 \text{ m}$  (podpory ve třetinách rozpětí filigránových panelů)

Popis	Char. h. [kN/m]	$\mu_F$	Návrh. h. [kN/m]
ŽB trám 250/500	$0,25 \cdot 0,5 \cdot 25 = 3,1$	1,35	4,2
ŽB sprážená deska 200	$0,2 \cdot 25 \cdot 1,7 = 8,5$	1,35	11,5
Proměnné (montážní)	$1,0 \cdot 1,7 = 1,7$	1,5	2,6
<b>CELKEM</b>	$(g+q)_k^m = 13,3$		$(g+q)_d^m = 18,3$

## PROVOZNÍ STAV (po odstranění podpor; zjednodušeně uvažování, že veškerá zatížení začnou působit ihned)

Zatěžovací šířka trámu:  $b_{zat} = 5,1 \text{ m}$

Popis	Char. h. [kN/m]	$\mu_F$	Návrh. h. [kN/m]
ŽB trám 250/500	$0,25 \cdot 0,5 \cdot 25 = 3,1$	1,35	4,2
ŽB sprážená deska 200	$0,2 \cdot 25 \cdot 5,1 = 25,5$	1,35	34,4
Ostatní stěle	$2 \cdot 5,1 = 10,2$	1,35	13,8
Proměnné (užitné)	$2 \cdot 5,1 = 10,2$	1,5	15,3
<b>CELKEM</b>	$(g+q)_k^m = 49,0$		$(g+q)_d^p = 67,7$

## PŘIRŮSTEK ZATÍŽENÍ PŘI ZMĚNĚ STATICKÉHO SCHEMATU (odstranění montážních podpor)

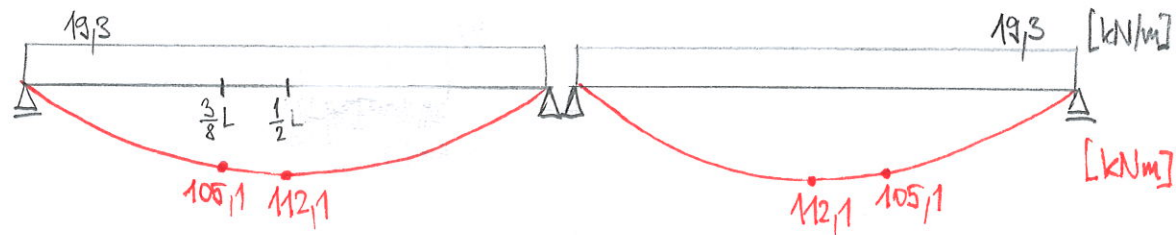
$$\Delta (g+q)_d = 67,7 - 18,3 = 49,4 \text{ kN/m}$$

# POČATEČNÍ OHYBOVÉ MOMENTY

3

## PŮVODNÍ STATICKÉ SCHEMA

Před zmonolitněním působí tržmy jako prosté nosníky,  $L = 7\text{ m}$



$$V(x) = -\int (q+q)_d dx = \frac{18,3 \cdot 7}{2} - 18,3x = 64,05 - 18,3x$$

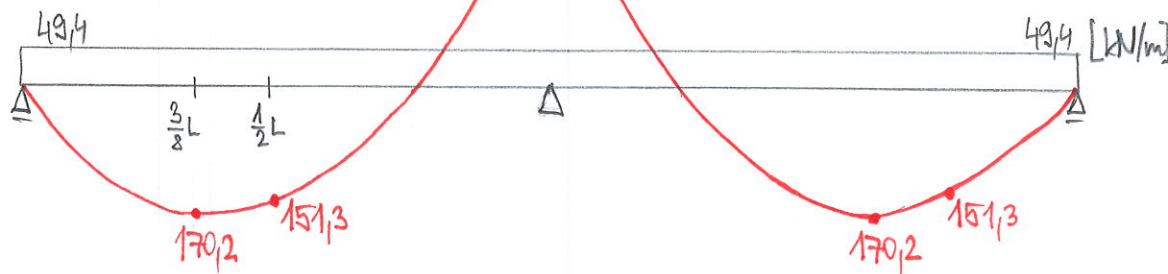
$$M(x) = \int V(x) dx = 64,05x - 9,15x^2$$

$$M\left(\frac{3}{8}L\right) = 64,05 \cdot \left(\frac{3}{8} \cdot 7\right) - 9,15 \cdot \left(\frac{3}{8} \cdot 7\right)^2 = 105,1 \text{ kNm}$$

$$M\left(\frac{1}{2}L\right) = \frac{1}{2} (q+q)_d L^2 = \frac{1}{2} \cdot 18,3 \cdot 7^2 = 112,1 \text{ kNm}$$

## NOVÉ STATICKÉ SCHEMA

Zatížení aplikované na konstrukci po odstranění mostových podpěr je přeneseno spojitým nosníkem - přefa tržmy zmonolitněny, nad podporou vložena dostatečná výztuž.

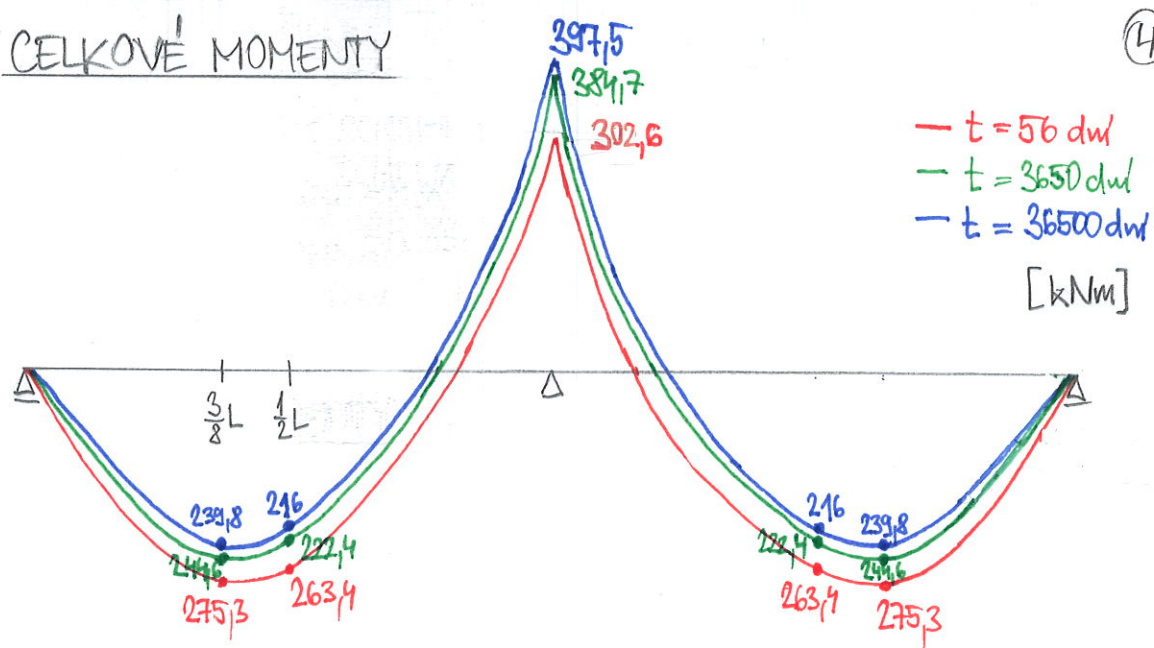


$$M\left(\frac{3}{8}L\right) = \frac{9}{128} \Delta (q+q)_d L^2 = \frac{9}{128} \cdot 49,4 \cdot 7^2 = 170,2 \text{ kNm}$$

$$M\left(\frac{1}{2}L\right) = \frac{1}{16} \Delta (q+q)_d L^2 = \frac{1}{16} \cdot 49,4 \cdot 7^2 = 151,3 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{pod}} = \frac{1}{8} \Delta (q+q)_d L^2 = \frac{1}{8} \cdot 49,4 \cdot 7^2 = 302,6 \text{ kNm}$$

# CELKOVÉ MOMENTY



## RELAXAČNÍ METODA

U staticky neurčitých konstrukcí se změnou statického schématu nastává jev zvaný vázané dotvarování. V jeho důsledku se s časem mění nejen deformace, jak je tomu u klasického volného dotvarování, ale i rozložení vnitřních sil. Jednou z metod řešení je tzv. relaxační metoda.\*

Je nutno podotknout, že u konstrukcí pozemních staveb se vázané dotvarování většinou zanedbává, předmětem zájmu je zejména v oblasti velkých mostních staveb. Pro účel výkladu však daný příklad postačuje.

### POČATEČNÍ STAV PŘED ZMĚNOU STATICKÉHO SCHEMATU

$$M_{max} = 112,1 \text{ kNm}$$

$$W = \frac{1}{6} b h^2 = \frac{1}{6} \cdot 250 \cdot 500^2 = 10,417 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{112,1 \cdot 10^6}{10,417 \cdot 10^6} = 10,716 \text{ MPa} - \text{max. napětí v průřezu s max. momentem za předpokladu pružného chování}$$

### VLIV RELAXACE

Uvažujeme, že počáteční deformace jsou fixovány, zachovááme původní statické schéma. Vliv relaxace spočteme např. pomocí programu Cas.\*\*

$$f_{r3650} = 2,890 \text{ MPa}$$

$$f_{r36500} = 1,660 \text{ MPa}$$

$$M_{r3650} = f_{r3650} \cdot W = 30,1 \text{ kNm}$$

$$M_{r36500} = f_{r36500} \cdot W = 17,3 \text{ kNm}$$

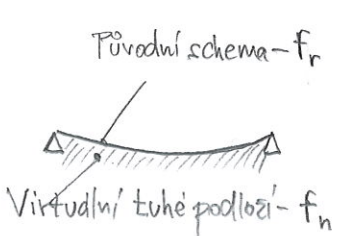
$$f_{r3650} = 8M_{r3650} / L^2 = 4,91 \text{ kN/m}$$

$$f_{r36500} = 8M_{r36500} / L^2 = 2,82 \text{ kN/m}$$

Hodnoty  $f_r$  představují zatížení, která jsou po zrelaxování v daném čase stále přenesena původním schématem

\* Více viz např. concrete.fsv.cvut.cz/~vrablik/ATK1 - 3. přednáška přednáška přednáška Aplikovaná teorie kcl 1. Zapište si tento předmět ve 2. semestru navazujícího magisterského studia oboru Cak!

\*\* Volně ke stažení na concrete.fsv.cvut.cz/~vrablik/Veda.htm



Vstupní okno programu Cas pro čas  $t = 36500$  dní (pro 3650 dní se změní pouze kolouka „konečné stáří betonu“)

Výpočet relaxace - vstupní parametry (Neodpovídá)

Parametry betonového průřezu		Materiálové charakteristiky	
plocha betonu $A_c$ [mm <sup>2</sup> ]	125000	válcová pevnost betonu v 28 dnech [MPa]	30
obvod průřezu [mm]	1500	<input checked="" type="radio"/> konstantní modul pruž. betonu E v čase	E [MPa] 30,5
součinitel tvaru průřezu $k_s$	1,25 - nekonečný hranol	<input type="radio"/> proměnný modul pruž. betonu E v čase	
<b>Zatížení</b>		<b>Složení betonové směsi:</b>	
velikost napětí od zatížení [MPa]	10,746	obsah cementu c [kg/m <sup>3</sup> ]	400
<b>Časové údaje</b>		obsah vody w [kg/m <sup>3</sup> ]	180
doba ošetřování betonu $t_0$ [dny]	7	obsah kameniva a [kg/m <sup>3</sup> ]	1750
stáří betonu při vnesení zatížení $t'$ [dny]	28	součinitel typu cementu $\alpha_1$	1,0 - typ cementu I
stáří betonu při začátku relaxace $t_1$ [dny]	56	<b>Vlhkost a ošetřování</b>	
konečné stáří betonu $t$ [dny]	36500	průměrná relativní vlhkost [%]	65
velikost kroku diskretizace $\Delta t$ [dny]	10	součinitel vlivu ošetřování $\alpha_2$	1,2 - normální ošetřování
Výpočet			

### VLIV ZMĚNY STATICKÉHO SCHEMATU

Nové statické schéma je zatíženo „zbytkovým“ zatížením  $f_n$ , tj. zatížením „od virtuálního tuhého podloží“.

$$f_{n,3650} = (g+q)_d^p - f_{r,3650} = 67,7 - 4,91 = 62,8 \text{ kN/m}$$

$$f_{n,36500} = (g+q)_d^p - f_{r,36500} = 67,7 - 2,82 = 64,9 \text{ kN/m}$$

### VÝPOČET MOMENTŮ

$t = 3650$  dní

$$\circ M\left(\frac{3}{8}L\right) = \frac{4,91 \cdot 7}{2} \cdot \frac{3}{8} \cdot 7 - \frac{4,91}{2} \cdot \left(\frac{3}{8} \cdot 7\right)^2 + \frac{9}{128} \cdot 62,8 \cdot 7^2 = 244,6 \text{ kNm}$$

$$\circ M\left(\frac{1}{2}L\right) = \frac{1}{8} \cdot 4,91 \cdot 7^2 + \frac{1}{16} \cdot 62,8 \cdot 7^2 = 222,4 \text{ kNm}$$

$$\circ M_{\text{pod}} = \frac{1}{8} \cdot 62,8 \cdot 7^2 = 384,7 \text{ kNm}$$

$t = 36500$  dní

$$\circ M\left(\frac{3}{8}L\right) = \frac{2,82 \cdot 7}{2} \cdot \frac{3}{8} \cdot 7 - \frac{2,82}{2} \cdot \left(\frac{3}{8} \cdot 7\right)^2 + \frac{9}{128} \cdot 64,9 \cdot 7^2 = 239,8 \text{ kNm}$$

$$\circ M\left(\frac{1}{2}L\right) = \frac{1}{8} \cdot 2,82 \cdot 7^2 + \frac{1}{16} \cdot 64,9 \cdot 7^2 = 216 \text{ kNm}$$

$$\circ M_{\text{pod}} = \frac{1}{8} \cdot 64,9 \cdot 7^2 = 397,5 \text{ kNm}$$

Vykreslen je pro názornost uvedeno na str. 4) společně s původními momenty ( $t = 56$  dní)

## ZÁVĚREČNÉ POZNÁMKY

⑥

- o V uvedeném příkladu bylo vařovduo stejné stáří obou prefabri-  
kátí. Pokud by byly dílce různé staré, bylo by nutno  
počítat relaxaci pro každý zvlášť s tím, že přerozdělení  
by bylo výraznější na mladším dílci.
- o Z výsledků je patrné, že s postupujícím časem se stále  
větší část zátěží přenesl novým statickým schématem -  
jde o důsledek vázaného dotvarování.
- o Spočtené momenty by bylo možné pro účely plastické  
analýzy redistribuovat (postup včetně vzorového příkladu  
probíran v BK01). To by mělo opačný vlnnek než  
relaxace - momenty v poli by vzrostly, nad podporou  
poklesly. (viz [people.fsv.cvut.cz/~www/bilypet1/133BK01.htm](http://people.fsv.cvut.cz/~www/bilypet1/133BK01.htm))  
2. cvičení
- o Posouzení předmětové konstrukce na MSÚ je probíráno  
v rámci BK02 (postup viz [people.fsv.cvut.cz/~www/foglarman/Vyuka-BK02.htm](http://people.fsv.cvut.cz/~www/foglarman/Vyuka-BK02.htm) -  
sprážená konstrukce)