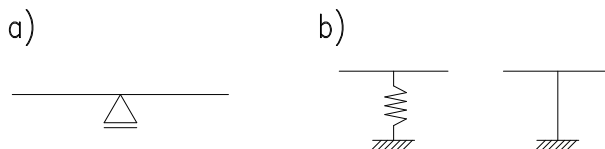


ZPŮSOBY MODELOVÁNÍ ELASTOMEROVÝCH LOŽISEK

Vzhledem ke skutečnosti, že způsob modelování elastomerových ložisek přímo ovlivňuje průběh vnitřních sil v oblasti uložení, rozebereme v této kapitole jednotlivé možné způsoby uložení, jejich výhody a nevýhody.

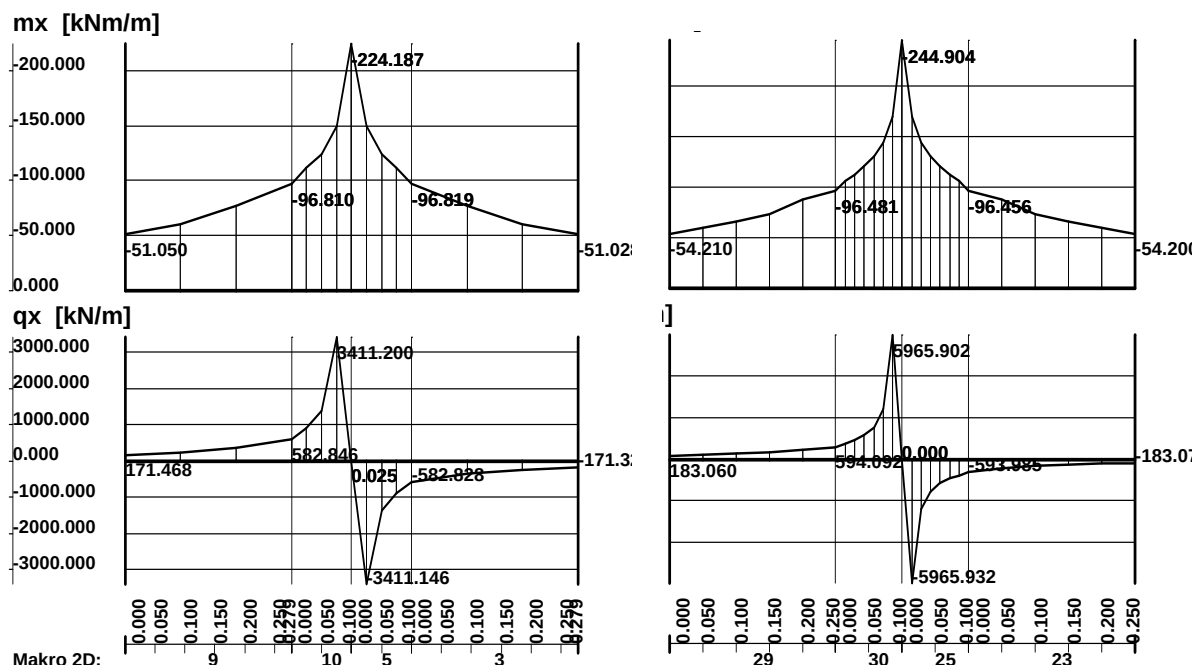
BODOVÉ ULOŽENÍ

Bodové, resp. diskrétní, podepření konstrukce je nejstarší a stále nejpoužívanější variantou modelování ložisek ve výpočtu. Bodové podepření lze v zásadě provést dvěma základními způsoby (viz. Obr.1).



Obr.1 – Způsoby provedení bodového podepření
a) Tuhé bodové podepření, b) Poddajné bodové podepření

Prvním ze způsobů je „uložení“ konstrukce na pevný kloub (vetknutí), prostým definováním neposuvnosti příslušného uzlu sítě konečných prvků v příslušných směrech, popř. natočeních, viz. Obr.1a. Tato varianta je pro modelování uložení konstrukcí nejméně vhodná, protože přináší při výpočtu deformací (na čemž je MKP založena) v uzlu uložení nespojitost vypočtených derivací deformací „zprava“ a „zleva“. Vnitřní síly, které se určují z diferenciální rovnice, jsou potom zkresleny úměrně řádu derivate, ve kterém se v diferenciální rovnici vyskytují. Toto zkreslení vzniká primárně již z podstaty výpočtu pomocí MKP, a není tedy možné jej eliminovat dělením sítě na větší počet dílů, resp. zahuštěním sítě v okolí bodového uložení. Naopak zahuštěním sítě dosáhneme dalšího zvýšení hodnot vnitřních sil.



Obr.2 – Průběh vnitřních sil nad bodovou podporou v závislosti na hustotě dělení sítě

Na Obr.2 je průběh vnitřních sil (momenty a posouvající síly) nad bodovou tuhou podporou deskové konstrukce zatížené rovnoměrným svislým zatížením pro dvě dělení konstrukce. Na obrázku vlevo jsou konečné prvky sítě dvojnásobné velikosti než vpravo. Z porovnání vnitřních sil je patrné, že jejich absolutní velikost roste s hustotou dělení sítě. Více pochopitelně u posouvajících sil, protože ty

jsou závislé na třetí derivaci průhybu. V souladu s podstatou MKP se pak maximální hodnoty posouvajících sil posouvají blíže k bodu uložení a ostatní hodnoty klesají k reálnějším.

Druhou variantou provedení bodového uložení je provedení poddajné podpory (viz. Obr.1b). Takto modelovaná podpora umožňuje pokles (deformaci) uzlu odpovídající tuhosti podepření, v našem případě elastomerového ložiska. Způsoby modelování poddajné podpory jsou dva. První pomocí přímého definování tuhosti uložení bodové podpory, které však není podporováno ve všech programech (zejména u starších verzí). Druhou, stále často používaným způsobem, je modelování tuhosti podepření metodou náhradního prutu. Tomu se přisoudí deformační vlastnosti ložiska a jeho druhý konec (nezasahující do nosné konstrukce) se modeluje vetknutý.

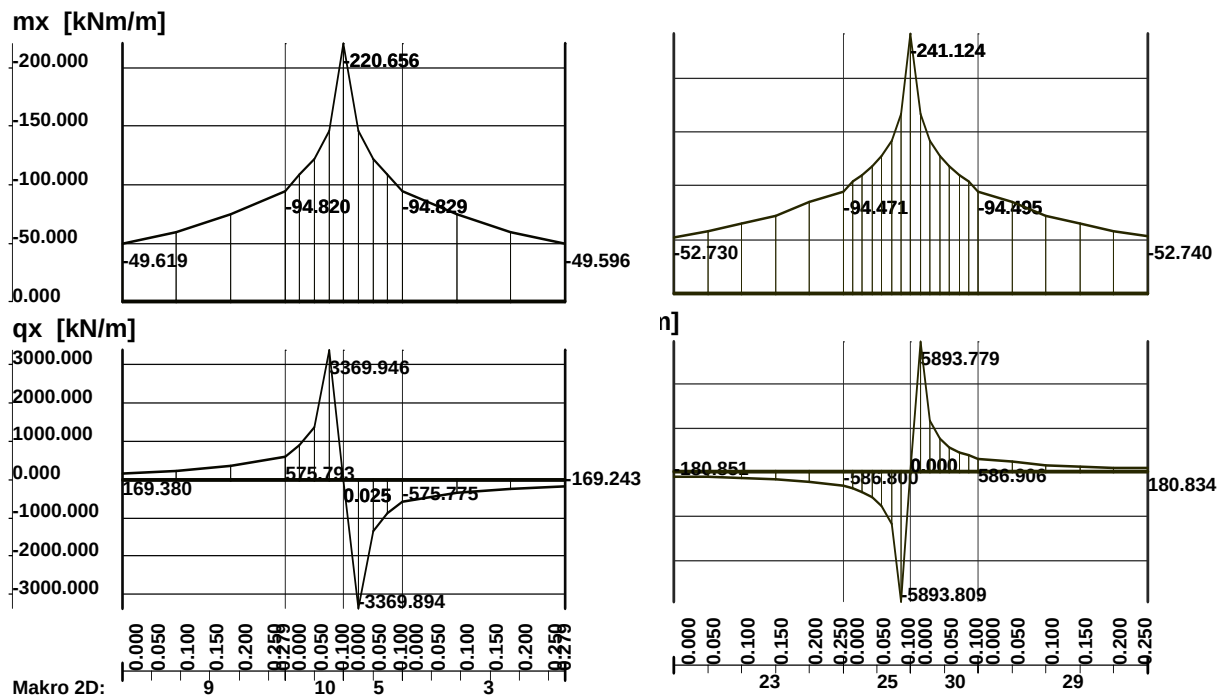
Výhodou použití náhradního prutu pro modelování poddajnosti uložení je možnost přímého přisouzení deformačních vlastností ložiska náhradnímu prutu. Prut se potom modeluje rozměrově shodný s ložiskem (v příčném řezu a jeho délce).

Rozdíly v jednotlivých způsobech modelování poddajné podpory jsou tedy pouze na straně zadání vlastností uložení. Výsledky výpočtu, které obě varianty poskytují, jsou zcela totožné.

V případě přímé definice tuhosti podepření (případ první) se musí tuhost uložení opravit přepočtením modulu deformace na požadovanou tloušťku (výšku) ložiska. Tuhost bodové podpory k určíme, při známém modulu pružnosti v tlaku E , ploše ložiska A a tloušťce elastomeru t_{El} ze vztahu :

$$k = \frac{F}{\Delta t_{El}} = \frac{F}{\frac{F}{EA} \cdot t_{El}} = \frac{EA}{t_{El}}$$

Průběh vnitřních sil v těsném okolí bodové poddajné podpory je patrný z Obr.3. Použité elastomerové ložisko (200 x 300mm) bylo vybráno s ohledem na reakce v podporách vypočtené na bodové podepření modelu konstrukce. Modul pružnosti v tlaku byl uvažován 355 MPa, v souladu s údaji o elastomerových ložiscích získanými od výrobce ložisek (ELA Product). Pro porovnání s výsledky tuhého bodového podepření jsou opět voleny dvě dělení sítě.



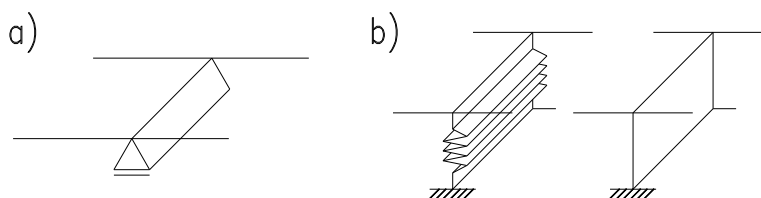
Obr.3 – Průběh vnitřních sil nad poddajnou bodovou podporou v závislosti na hustotě dělení sítě

Z výsledků výpočtu je patrné, že použití poddajné bodové podpory přineslo jen minimální „zrovnoměrnění“ získaných vnitřních sil. To plyne z charakteru bodové podpory a MKP jako takových, resp. z rozdílu derivací průhybové čáry v místě podpory, jak bylo uvedeno výše.

LINIOVÉ ULOŽENÍ

Liniové uložení deskostěnových konstrukcí je vlastně rozšířením bodového podepření na definovanou délku. Na rozdíl od uložení bodového je charakter průběhu vnitřních sil u uložení liniového různý pro směr kolmo k liniové podpoře a rovnoběžně s ní. Liniové podepření tak vytváří „singularitu“ v poli derivací deformací jen v krajních bodech podepření (v místě ukončení liniové podpory). Špičky vnitřních sil však nejsou tak výrazné jako v případě bodové podpory, protože jejich velikost se „rozlévá“ na celou délku podepření – intenzita napětí je konečné číslo.

Obdobně jako u podepření bodového lze liniovou podporu modelovat jako pevnou i jako poddajnou (viz. Obr.4).

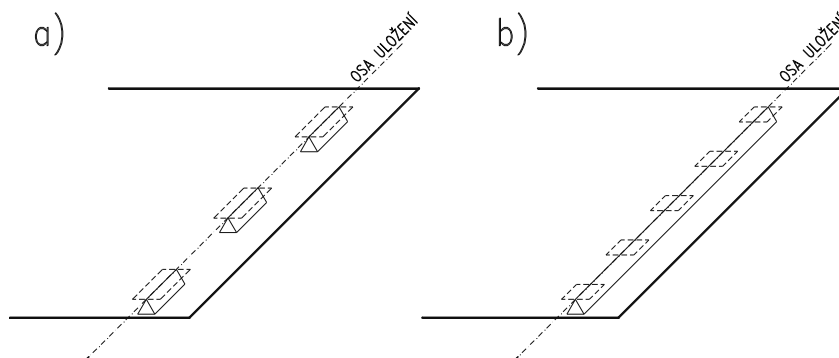


Obr.4 – Způsoby provedení liniového podepření

a) Tuhé liniové podepření, b) Poddajné liniové podepření

Pomocí liniové podpory lze modelovat jak jednotlivá ložiska, tak kompletní uložení deskostěnové konstrukce (viz. Obr.5). Pro modelování jednotlivých ložisek podepřeme konstrukci liniovou podporou v místě ložiska, resp. v místě a délce zvolené osy ložiska (viz. Obr.5a). Osu ložiska přitom volíme tak aby byla rovnoběžná s vyšetřovaným řezem konstrukce. Dosáhneme tím

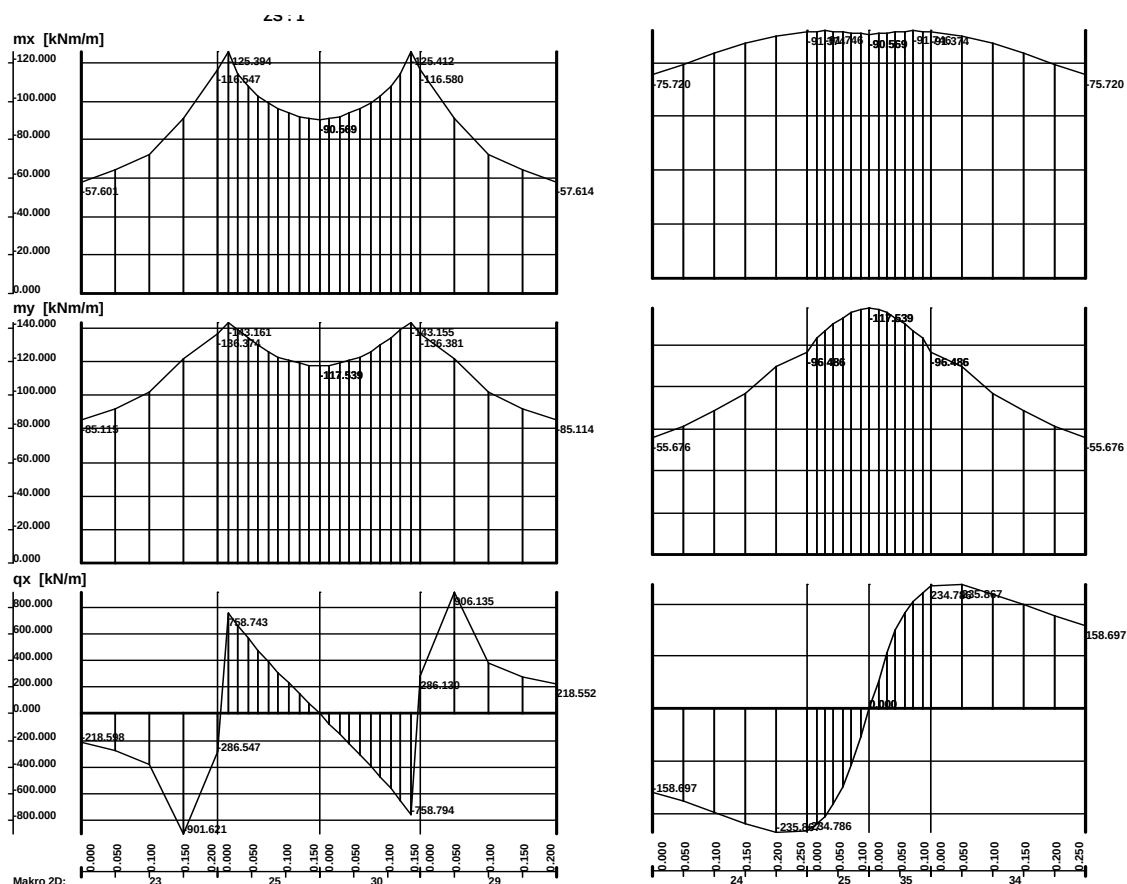
V případě použití kompletního uložení deskostěnové konstrukce na liniové podpoře (použití jediné liniové podpory pro definici uložení podél celé jedné úložné přímky – viz. Obr.5b) je nutné provést kontrolu chování této náhrady. Obecně lze konstatovat, že pokud jsou vzdálenosti ložisek podél úložné přímky maximálně rovné dvojnásobku výšky nosné konstrukce ve směru úložné přímky (desky, ztužidla, atd.), lze provést náhradu liniovým podepřením.



Obr.5 – Možnosti modelování liniové podpory

a) Modelování jednotlivých ložisek, b) Modelování jednotlivých ložisek jako celku

Nejjednodušší variantou liniového podepření je tuhé liniové podepření konstrukce. V základě jde o bodové podepření sousedních uzlů, resp. linií tyto uzly spojující. V těchto uzlech, resp. liniích jsou potom předepsány nulové hodnoty eliminovaných stupňů volnosti. Oproti bodovému podepření konstrukce má, jak již bylo řečeno, tento způsob podepření zásadní výhodu, a to omezení nespojitostí v poli derivací deformací, tj. vnitřních sil. Na Obr.6 je průběh vnitřních sil v těsném okolí podpory (ložiska) modelovaného jako tuhé liniové podepření. Směr osy x je rovnoběžný s osou uložení, směr osy y je na osu uložení kolmý. Geometrie konstrukce a zatížení jsou shodné s konstrukcí použitou pro analýzu chování bodového podepření. Ložisko je rozměru 200x300mm. Dělení sítě je stejné jako v případě bodového podepření. Vliv dělení není znázorněn, nicméně pro něj platí stejná logika jako v případě bodového podepření.



a) Řez osou uložení (osa x)

b) Řez kolmo na osu uložení (osa y)

Obr.6 – Průběh vnitřních sil v těsném okolí nepoddajné liniové podpory

Z průběhu vnitřních sil je patrné, že k jejich redukci dochází v obou směrech, resp. řezech. Redukce maximálních hodnot momentů je na 50÷60 % hodnot bodového uložení, redukce maximálních hodnot posouvajících sil je potom na cca 15% těchto hodnot. Redukce jsou způsobeny „roznesením“ zatížení na větší počet uzlů a tím zmírněním efektu nespojitosti derivací průhybu na „opačných“ stranách uložení.

Poddajná liniová podpora rozšiřuje pevnou variantu liniové uložení o možnost definice tuhosti uložení v jednotlivých „směrech“ volnosti (posuny a pootočení). Modelování jednotlivých ložisek liniovou podporou se potom řídí vzdáleností jednotlivých ložisek podél úložné přímky.

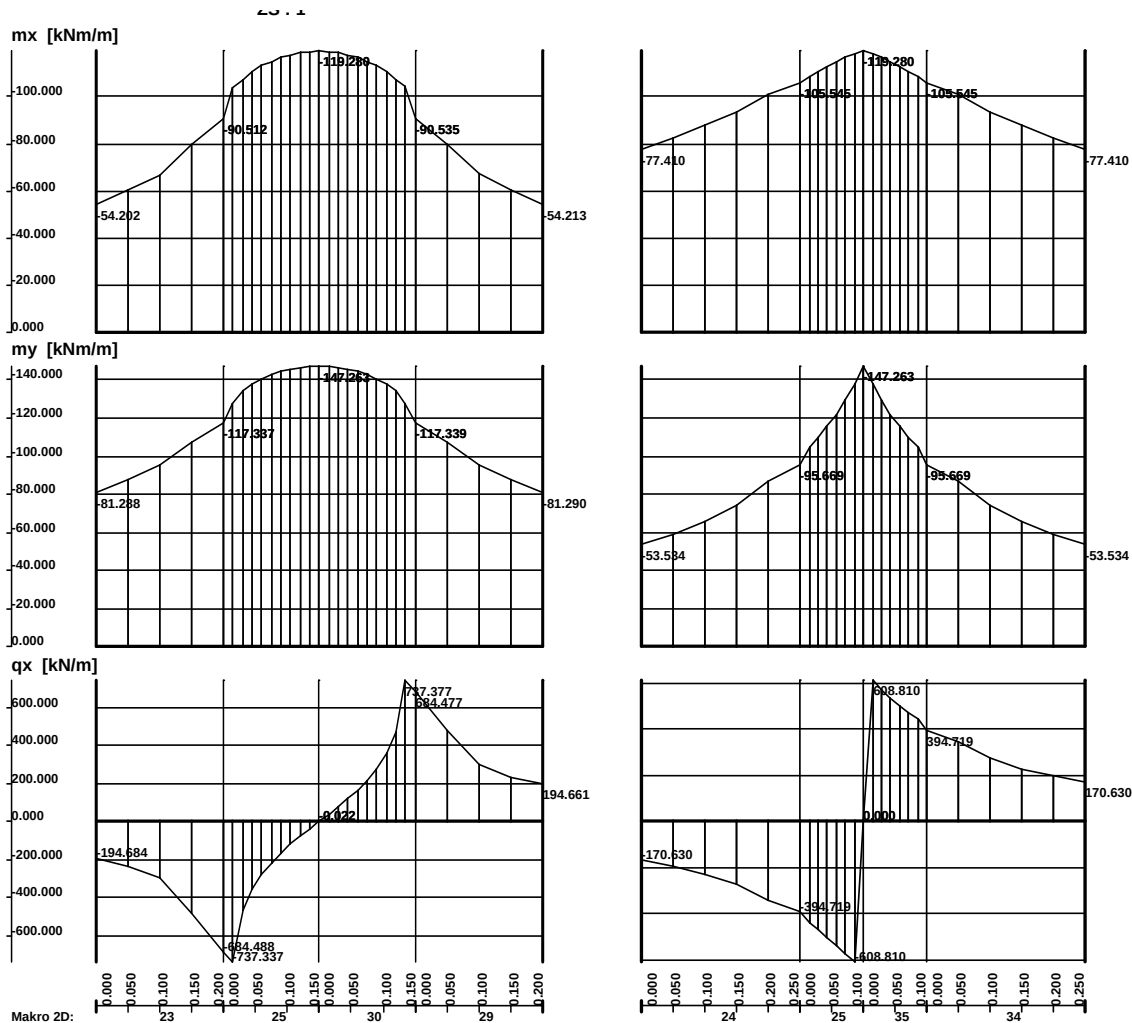
Poddajná varianta liniového uložení částečně eliminuje problém „singularit“ vnitřních sil v místech ukončení liniové podpory, a to možností deformace těchto uzlů. Průběh vnitřních sil je tak hladší (viz. Obr.7).

Tuhost uložení získáme přepočtem parametrů ložiska, podobně jako v případě bodového podepření. Deformační vlastnosti bodového uložení vlastně rovnoměrně rozložíme podél osy liniové podpory. Tuhost liniové podpory k_L určíme, při známém modulu pružnosti v tlaku E , půdorysných rozměrech ložiska b a l a jeho tloušťce elastomeru t_{EI} , ze vztahu :

$$k_L = \frac{F}{\Delta t_{EI}} = \frac{F}{\frac{F}{b \cdot l \cdot E} \cdot t_{EI}} = \frac{E \cdot b \cdot l}{t_{EI}}$$

Pokud budeme uvažovat délku ložiska l ve směru osy uložení, dostaneme pro liniovou podporu jednotkové délky tuhost k_L :

$$k_L = \frac{E \cdot b}{t_{EI}}$$



a) Řez osou uložení (osa x)

b) Řez kolmo na osu uložení (osa y)

Obr.7 – Průběh vnitřních sil v těsném okolí poddajné liniové podpory

Z Obr.7 je patrné změny průběhu vnitřních sil v okolí liniové podpory při zavedení její poddajnosti. V podélném směru uložení došlo podle očekávání k eliminaci špiček momentů v místě ukončení liniové podpory. V návaznosti na zaoblení těchto špiček momentů došlo i k omezení velikosti posouvajících sil rovnoběžně s osou podpory, které jsou závislé na první derivaci momentů. Ve směru příčném naproti tomu došlo zrušením pevného podepření k vytvoření špičky momentů a tím i „singularity“ posouvajících sil ve směru osy y nad liniovou podporou.

Z hlediska hodnot vnitřních sil došlo v případě momentů k jejich mírné úpravě a v případě posouvajících sil k jejich poměrně značnému poklesu, resp. navýšení, podle jejich směru.

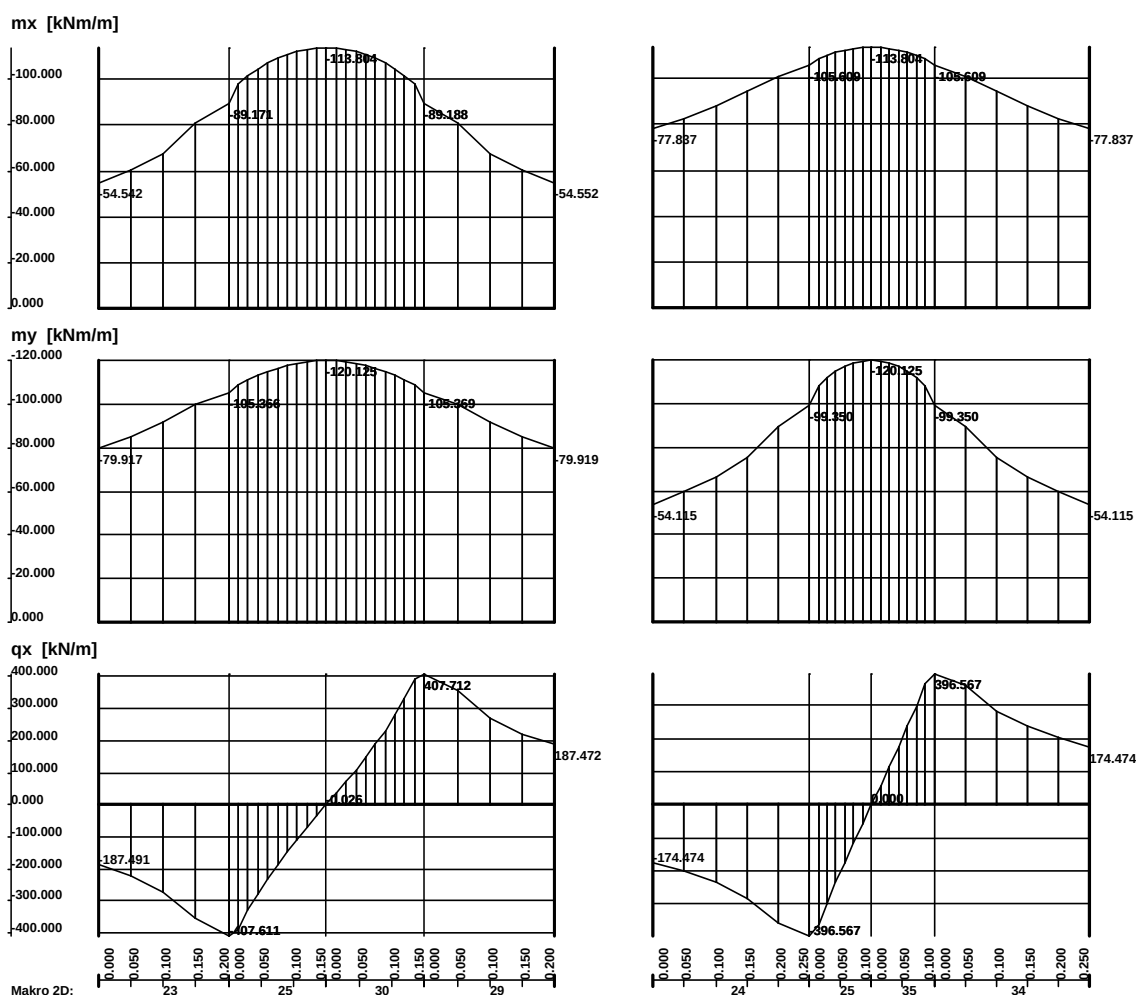
PLOŠNÉ ULOŽENÍ

Plošné uložení konstrukce je de facto definovaným podložím v oblasti konstrukce podpírané ložiskem. Z tohoto hlediska je možné použít základní modely podloží, které programy pro výpočet deskostěnových konstrukcí nabízejí. Nejjednodušším a zároveň nejvhodnějším modelem pro modelování plošného uložení je podloží Winklerovo. Jediným definovaným parametrem je tuhost podloží ve svislém směru. S výhodou lze, v případě potřeby nelineární analýzy, využít i možnosti definice proměnné tuhosti podloží v závislosti na deformaci podloží, resp. napětí v něm, a možnosti definovat také smykové parametry ložiska.

Podloží jako takové lze absolutně tuhé modelovat jen obtížně. Proto se v případě plošného uložení budeme zabývat pouze uložení poddajným. Rozhodujícím parametrem je tuhost podloží ve svislém směru, kterou určíme ze vztahu (viz. analogická úprava vztahu pro liniové podepření) :

$$k_L = \frac{E}{t_{El}}$$

Rozdělení a průběh vnitřních sil v těsném okolí ložiska jsou patrné z Obr.8. Geometrie a zatížení konstrukce jsou shodné s předchozími dvěma případy bodového a liniového podepření. Rozměry ložiska jsou uvažovány 200x300mm, jeho tuhost je stanovena z výše uvedeného vztahu.



Obr.8 – Průběh vnitřních sil v těsném okolí poddajné plošné podpory

Z Obr.8 je patrný průběh vnitřních sil v těsném okolí poddajné plošné podpory. Průběh vnitřních sil je podobný průběhu vnitřních sil liniové poddajné podpory rovnoběžně s její osou. Toto rozdělení je tvarově shodné pro směry hlavních os ložiska. Díky rovnoměrnému průběhu momentů je

také průběh posouvajících sil rovnoměrný, prostý singularit. Rovněž hodnoty posouvajících sil jsou násobně menší než hodnoty posouvajících sil pro liniové podepření.

Plošná varianta podepření tedy eliminuje veškeré singularity spojené s modelováním bodových a liniových podpor deskostěnových konstrukcí.

POROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH ZPŮSOBŮ MODELOVÁNÍ ULOŽENÍ

Z předchozích tří odstavců věnovaných jednotlivým způsobům modelování elastomerových ložisek jasně plynou výhody a nevýhody jednotlivých typů podpor.

Předně se ukazuje, že pokud chceme získat reálné průběhy vnitřních sil v těsném okolí podpory, je použití tuhých (nepoddajných) podpor nevhodné. Dále je z předchozích úvah patrné, že také použití poddajné bodové podpory je v případě deskostěnových konstrukcí nevhodné. Použití poddajné liniové podpory je možné při analýze řezů rovnoběžných s osou liniové podpory, nejlépe touto osou přímo vedených.

V případě, že musíme z nějakých důvodů použít „nižší stupeň“ modelování ložiska (bodová/liniová podpora), je třeba uvážit vliv příslušného podepření na vnitřní síly. V případě bodového podepření jsou hodnoty momentů „reálné“ zhruba od půdorysné hrany skutečného ložiska. V případě liniového podepření lze za reálné považovat momenty ve směru osy ložiska. Momenty kolmo na tuto osu jsou však zkreslené o singularitu podepření v tomto směru. Za věrohodné je lze považovat opět od půdorysné hrany ložiska.

Posouvající síly jsou z hlediska věrohodnosti svých hodnot dalece nevyzpytatelnější než momenty. Z jednotlivých provedených případů nelze přímo odvodit exaktní poučky pro určení hranice vlivu uložení. U bodového uložení zasahuje tato zóna do vzdálenosti cca 0,6-násobku půdorysného rozměru ložiska v daném směru od bodové podpory. V případě uložení liniového jde tato zóna ve směru osy uložení ještě dále (cca 0,8-násobek šířky skutečné podpory).